

## Influența tipului de invertor

**Tematica:** *Mașini electrice*

→ **Capitol:** *Mașina asincronă*

→ **Secțiunea:** *Comanda vectorială*

**Tip resursă:**    *Expunere*       *Laborator virtual / Exercițiu*       *CVR*

În această lucrare de laborator, se evidențiază diferențele, atât în structura buclelor de reglare, cât și a răspunsului sistemului de acționare cu motor asincron, atunci când este alimentat de la un invertor de tensiune **cu curenți prescriși** (cu caracter de sursă de **curent**), respectiv de la un **invertor de tensiune cu modulație în durată** (cu caracter de sursă de **tensiune**). În ambele cazuri, se consideră comanda vectorială cu orientare după fluxul rotoric.

- cunoștințe anterioare necesare: **invertor de tensiune cu modulație în durată, invertor cu curenți prescriși, principiul comenzii vectoriale**
- nivel: ciclul 2
- durata estimată: 1,5 h.
- autor: **Sergiu Ivanov**
- realizare: **Sergiu Ivanov**,

## Enunțul lucrării de laborator

### Invertor de tensiune cu curenți prescriși (caracter de sursa de curent)

În cazul alimentării motorului asincron de la invertor de tensiune cu curenți prescriși, acesta "injectează" în fazele motorului curenții necesari pentru menținerea fluxului (componenta reactivă), respectiv pentru generarea cuplului necesar (componenta activă). Conform principiului comenzii vectoriale, aceste două componente au evoluția unor mărimi de curent continuu **în sistemul solidar cu fluxul rotoric**. Acestea trebuie "transferate" (ca evoluție temporală) în sistemul de referință fix, pentru obținerea valorilor prescise ale curenților furnizați de invertorul ce alimentează motorul. "Transferul" se face ținând cont de viteza referențialului în care au fost obținute, respectiv viteza fluxului rotoric. Aceasta se obține proiectând ecuația de tensiuni a rotorului

$$0 = R_r \cdot \dot{\Psi}_r + \frac{d\Psi_r}{dt} + j(\omega_{mr} - P \cdot \omega_r) \Psi_r$$

după axele ortogonale ale sistemului solidar cu fluxul rotoric, având axa "d" coliniară cu fluxul.

- **1. Care este expresia vitezei fluxului rotoric și deci a sistemului de referință,  $\omega_{mr}$ ?**

Răspuns >>

- **2. Considerând  $|\dot{\Psi}_r| = ct$ , care este structura schemei de comandă în cazul în care mărimea prescristă este viteza rotorului (buclă de viteză)?**

Răspuns >>

- **3. Urmăriți evoluțiile componentelor curenților statorici în sistemul solidar cu fluxul rotoric și ale cuplului electromagnetic dezvoltat de motor și comentați dependențele.**

Răspuns >>

### Invertor de tensiune cu modulație în durată (caracter de sursă de tensiune)

Și în cazul alimentării motorului asincron de la invertor cu modulație în durată (având caracter de sursă de tensiune), cuplul va fi controlat tot prin intermediul componentelor reactivă și activă ale **curentului statoric**. Aceste însă nu vor mai fi "injectate" în fazele motorului, ci vor rezulta ca efect al **tensiunilor** după cele două axe, aplicate motorului.

- **4. Pornind de la ecuația fazorială de tensiuni a statorului, deduceți expresiile tensiunilor după cele două axe, ce vor conduce la obținerea valorilor necesare ale componentelor curentului statoric?**

Răspuns >>

- **5. Considerând  $|\dot{\Psi}_r| = ct$  și neglijând regimurile dinamice ale componentelor curentului statoric, care este structura schemei de comandă în cazul în care mărimea prescristă este viteza rotorului (buclă de viteză)?**

Răspuns >>

- **6. Urmăriți evoluțiile componentelor curenților statorici în sistemul solidar cu fluxul rotoric și ale cuplului electromagnetic dezvoltat de motor și comentați dependențele și diferențele față de rezultatele obținute în cazul alimentării motorului de la invertor de tensiune cu curenți prescriși.**

Răspuns >>

## Întrebarea 1: răspuns

Proiectând ecuația de tensiuni a rotorului după cele două axe ale sistemului solidar cu fluxul rotoric, ținând cont că acesta este orientat cu axa "d" după fluxul rotoric, rezultă următoarele proiecții:

$$T_r \frac{d|\dot{i}_{mr}|}{dt} + |\dot{i}_{mr}| = i_{sd}$$
$$\omega_{mr} = P \cdot \omega_r + \frac{i_{sq}}{T_r \cdot |\dot{i}_{mr}|}$$

A doua expresie indică faptul că viteza fluxului rotoric și deci a sistemului de referință solidar cu acesta, este suma dintre viteza rotorului, multiplicată cu numărul de perechi de poli și viteza de alunecare (termenul al doilea din membrul drept), ce depinde liniar de componenta activă a curentului.

### Observație

În condițiile menținerii, prin comandă, constant a modulului curentului de magnetizare rotoric

$$|\dot{i}_{mr}| = ct,$$

cum

$$\frac{d|\dot{i}_{mr}|}{dt} = 0,$$

rezultă din prima expresie a proiecțiilor

$$|\dot{i}_{mr}| = i_{sd},$$

deci curentul reactiv (de magnetizare, generator de flux) este controlat în totalitate de componenta  $i_{sd}$  a curentului statoric.

Ținând cont de expresia cuplului electromagnetic dezvoltat de motorul asincron, în cazul comenzii cu orientare după fluxul rotoric

$$m_e = \frac{3}{2} P \frac{L_m^2}{L_r} \cdot |\dot{i}_{mr}| \cdot i_{sq},$$

cum  $|\dot{i}_{mr}| = i_{sd}$ , rezultă că prin intermediul componentei  $i_{sq}$  a curentului statoric (ortogonală cu  $i_{sd}$ ) se controlează în totalitate cuplul electromagnetic dezvoltat de motor

$$i_{sq} = \frac{2}{3} \cdot \frac{L_r}{P \cdot L_m^2 \cdot |\dot{i}_{mr}|} \cdot m_e.$$

În condițiile considerării constante a inductanțelor (motorul nesaturat), între  $i_{sq}$  și  $m_e$  există proporționalitate, respectiv

$$m_e = k_{m1} \cdot i_{sq}$$

Explicitând din expresia vitezei fluxului rotoric, viteza mecanică a rotorului, ținând cont de proporționalitatea dintre  $i_{sq}$  și  $m_e$ , rezultă

$$\omega_r = \frac{1}{P} \left( \omega_{mr} - \frac{1}{k_m \cdot T_r \cdot |\dot{i}_{mr}|} \cdot m_e \right)$$

Relația indică faptul că între viteza mecanică și cuplu există o dependență **liniară** pe tot domeniul de variație a cuplului, caracteristicile mecanice fiind complet similare cu cele ale motorului de curent continuu cu excitație separată, neexistând noțiunea de cuplu critic (figura 1).

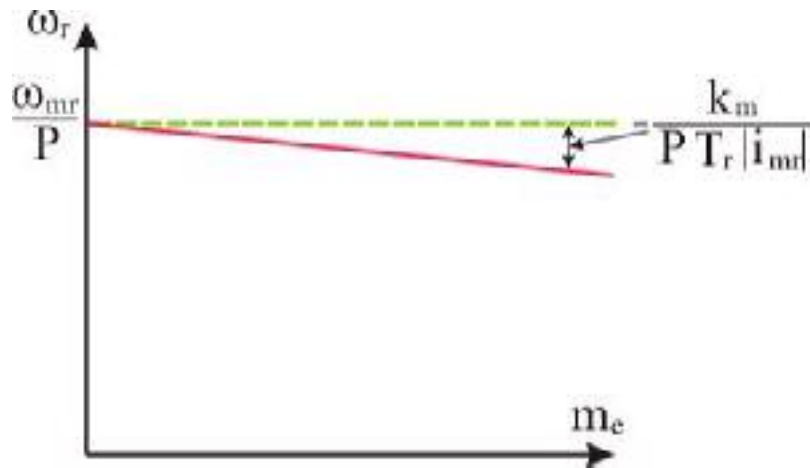


Figura 1

## Întrebarea 1: demonstrație

În ecuația de tensiuni a rotorului în sistemul solidar cu fluxul rotoric

$$0 = R_r \cdot \dot{i}_r \Psi_r + \frac{d\Psi_r \Psi_r}{dt} + j (\omega_{mr} - P \cdot \omega_r) \cdot \Psi_r \Psi_r$$

se înlocuiește fluxul rotoric cu expresia lui în funcție de inductivitatea de magnetizare  $L_m$  (considerată constantă, deci mașina nesaturată) și curentul de magnetizare rotoric. Prin alegerea particulară a sistemului de coordonate:

$$\underline{\Psi}_r \Psi_r = |\underline{\Psi}_r| = L_m \cdot |\dot{i}_{mr}|,$$

rezultând

$$0 = R_r \dot{i}_r \Psi_r + L_m \frac{d|\dot{i}_{mr}|}{dt} + j \cdot L_m \cdot |\dot{i}_{mr}| \cdot (\omega_{mr} - P \cdot \omega_r)$$

Ținând cont de expresia curentului de magnetizare rotoric,

$$|\dot{i}_{mr}| = \frac{|\Psi_r|}{L_m} = \frac{1}{L_m} (L_m \cdot \dot{i}_s \Psi_r + L_r \cdot \dot{i}_r \Psi_r) = \dot{i}_s \Psi_r + \frac{L_r}{L_m} \dot{i}_r \Psi_r,$$

din care se explicitază  $\dot{i}_r \Psi_r = \frac{L_m}{L_r} (|\dot{i}_{mr}| - \dot{i}_s \Psi_r)$ , ecuația de tensiuni a rotorului devine:

$$0 = R_r \frac{L_m}{L_r} |\dot{i}_{mr}| - R_r \frac{L_m}{L_r} \dot{i}_s \Psi_r + L_m \frac{d|\dot{i}_{mr}|}{dt} + j \cdot L_m \cdot |\dot{i}_{mr}| \cdot (\omega_{mr} - P \cdot \omega_r)$$

Înmulțind această ecuație cu  $\frac{1}{R_r} \frac{L_r}{L_m}$  și ținând cont că

$$\frac{L_r}{R_r} = T_r$$

este constanta de timp a rotorului, rezultă

$$T_r \frac{d|\dot{i}_{mr}|}{dt} + |\dot{i}_{mr}| = \dot{i}_{sq} + j \cdot T_r \cdot |\dot{i}_{mr}| \cdot (\omega_{mr} - P \cdot \omega_r)$$

Ținând cont că sistemul este solidar cu fluxul rotoric, respectiv curentul de magnetizare rotoric  $|\dot{i}_{mr}|$  este orientat după axa "d" coliniară cu fluxul rotoric  $|\Psi_r|$ , proiecțiile după cele două axe rezultă

$$T_r \frac{d|\dot{i}_{mr}|}{dt} + |\dot{i}_{mr}| = i_{sd}$$

$$\omega_{mr} = P \cdot \omega_r + \frac{\dot{i}_{sq}}{T_r \cdot |\dot{i}_{mr}|}$$

## Întrebarea 2: răspuns

Dacă  $|\dot{i}_{mr}| = ct$ , atunci  $\dot{i}_{sd} = i_{sd}$ .

Cum  $i_{sq} = \frac{1}{k_m} m_e$ , rezultă că pentru controlul complet al sistemului trebuie injectat  $\dot{i}_{sq}$  astfel încât sistemul să urmărească comportarea dorită (figura 2).

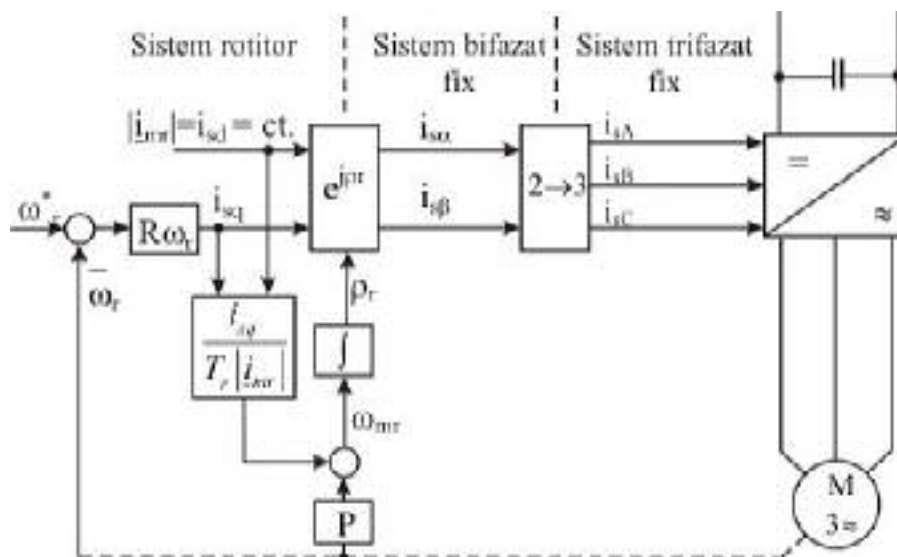


Figura 2

## Întrebarea 2: demonstrație

În ceea ce privește componenta reactivă a curentului statoric, cum  $|\dot{i}_{mr}| = ct$ , rezultă

$$|\dot{i}_{\text{act}}| = \dot{i}_{\text{ref}}$$

Pentru controlul cuplului electromagnetic dezvoltat de motor, componenta activă  $\dot{i}_{\text{act}}$  va fi rezultatul regulatorului de viteză, ce compară viteza prescrisă cu valoarea reală, măsurată. În cazul în care viteza reală este prea mică față de cea prescrisă, acționarea va trebui să accelereze, deci motorul va trebui să dezvolte cuplu dinamic suplimentar, respectiv, cuplu dezvoltat de motor va trebui să crească, ceea ce se va realiza prin injectarea unui curent activ mai mare. În cazul când viteza reală este prea mare, acționarea va trebui să frâneze, deci motorul va trebui să dezvolte cuplu dinamic negativ, respectiv, cuplu dezvoltat de motor va trebui să scadă sau chiar să devină negativ, ceea ce se va realiza prin injectarea unui curent activ mai mic, respectiv negativ. Adaptarea rapidă a valorii necesare a componentei active a curentului se realizează prin utilizarea unui regulator de tip PI, ce compară valorile prescrise și reală ale vitezei.

**Observație** Dacă se dorește ca **poziția** să fie variabila controlată, valoarea prescrisă a vitezei va fi rezultatul unui regulator (de tip P), ce compară valorile prescrise și reală ale poziției, schema de reglare obținută fiind așa numită "în cascadă".

Cele două componente ale curentului statoric,  $\dot{i}_{sd}$  și  $\dot{i}_{sq}$ , obținute în sistemul solidar cu fluxul rotoric, având evoluții temporale de tipul mărimilor de **curent continuu**, trebuiesc "transpuse" în sistemul fix, pentru a obține valorile prescrise instantanee ale curenților pe cele trei faze ale motorului. Aceasta se realizează prin transformarea de rotație de tipul  $e^{jP\theta}$  descrisă de

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos p_r & -\sin p_r \\ \sin p_r & \cos p_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \end{bmatrix}$$

Poziția  $\theta_r$  a fluxului rotoric și deci a sistemului rotitor, față de sistemul fix, se obține prin integrarea vitezei de rotație a fluxului rotoric obținută anterior

$$\omega_{\text{ref}} = P \cdot \omega_r + \frac{\dot{i}_{sq}}{T_r \cdot |\dot{i}_{\text{act}}|}$$

Rezultă componentele ortogonale  $\dot{i}_{s\alpha}$ ,  $\dot{i}_{s\beta}$  (mărimi de curent alternativ), ce vor fi descompuse în trei componente, corespunzătoare valorilor instantanee prescrise ale curenților statorici

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sA} \\ \dot{i}_{sB} \\ \dot{i}_{sC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} \end{bmatrix}$$

### Întrebarea 3: răspuns

Componenta reactivă a curentului statoric este constantă, iar cuplul este controlat în totalitate prin intermediul componentei active, fiind proporțional cu aceasta

$$T_e = k_{\text{ref}} \cdot \dot{i}_{s\alpha}$$

### Întrebarea 3: demonstrație

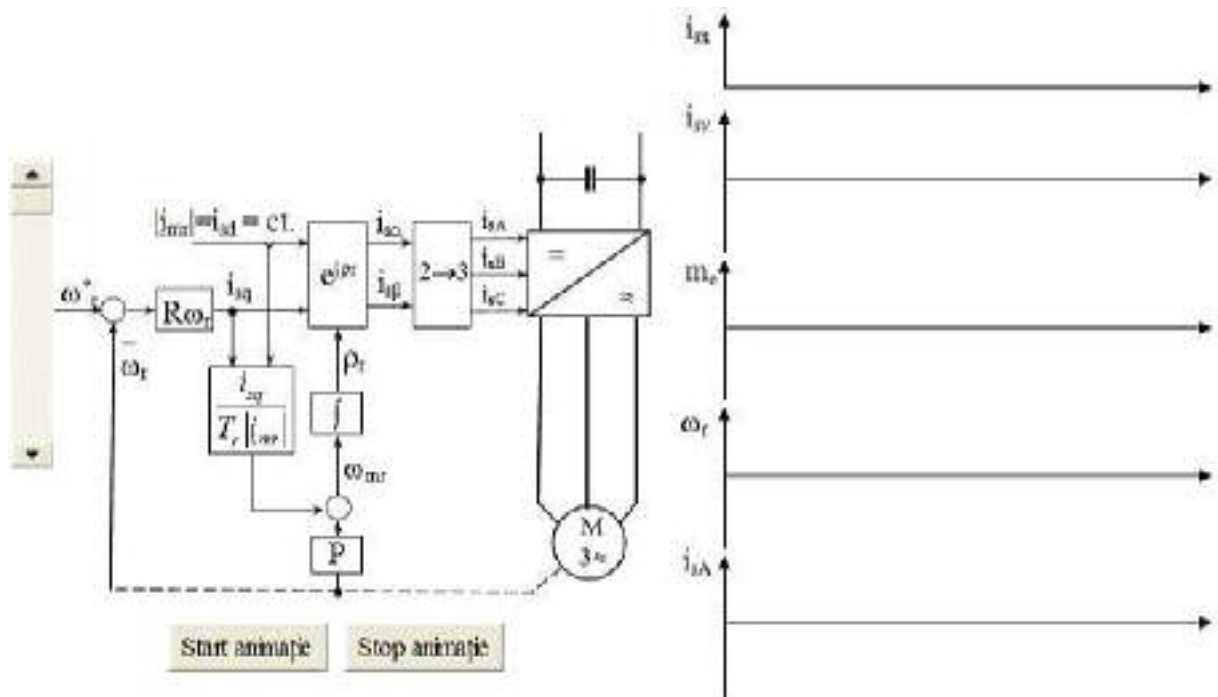


Figura 3 (animație)

## Întrebarea 4: răspuns

Proiectând ecuația fazorială de tensiuni a statorului

$$\underline{u}_s \Psi_r = R_s \dot{i}_s \Psi_r + L_s \frac{d \dot{i}_s \Psi_r}{dt} + L_m \frac{d \dot{i}_r \Psi_r}{dt} + j \omega_{mr} L_s \dot{i}_s \Psi_r + j \omega_{mr} L_m \dot{i}_r \Psi_r$$

după axele sistemului rotitor solidar cu fluxul rotoric, după ce în prealabil, **fazorul curenților rotorici este exprimat** în funcție de cel al curenților statorici și curentul de magnetizare, rezultă

$$u_{sd} = R_s i_{sd} + L'_s \frac{d i_{sd}}{dt} - L'_s \omega_{mr} i_{sq} + (L_s - L'_s) \cdot \frac{d | \dot{i}_{mr} |}{dt}$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + L'_s \frac{d i_{sq}}{dt} + L'_s \omega_{mr} i_{sd} + (L_s - L'_s) \cdot \omega_{mr} | \dot{i}_{mr} |$$

în care s-a notat cu

$$L'_s = L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \text{ - inductivitatea statorică tranzitorie.}$$

Se observă că, pentru obținerea valorilor necesare ale celor două componente ale curentului statoric, tensiunile omoloage ce trebuie aplicate, depind și de curenții de pe axele ortogonale lor. Se spune că cele două axe sunt "cuplate" (curenții de pe fiecare axă nu depind doar de tensiunea de pe axa corespunzătoare, ci și de cealaltă componentă a curentului, deci există "cuplaj" între cele două componente).

Schema de reglare va trebui să țină cont de aceste cuplaje.

## Întrebarea 4: demonstrație

În ecuația fazorială de tensiuni a scrisă în forma generală

$$\underline{u}_s \Psi_r = R_s \dot{i}_s \Psi_r + \frac{d \Psi_s \Psi_r}{dt} + j \omega_{mr} \Psi_s \Psi_r$$

se înlocuiește fazorul fluxului statoric cu expresia acestuia în funcție de fazorii curenților rotorici și statorici

$$\underline{\Psi}_s \Psi_r = L_s \dot{i}_s \Psi_r + L_m \dot{i}_r \Psi_r,$$

rezultând, dacă se consideră mașina nesaturată (inductivități constante),

$$\underline{u}_s \Psi_r = R_s \dot{i}_s \Psi_r + L_s \frac{d \dot{i}_s \Psi_r}{dt} + L_m \frac{d \dot{i}_r \Psi_r}{dt} + j \omega_{mr} L_s \dot{i}_s \Psi_r + j \omega_{mr} L_m \dot{i}_r \Psi_r$$

Înlocuind fazorul curenților rotorici în funcție de cel al curenților statorici și curentul de magnetizare rezultă

$$\underline{u}_s \Psi_r = R_s \dot{i}_s \Psi_r + \left( L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \frac{d \dot{i}_s \Psi_r}{dt} + j \omega_{mr} \left( L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \dot{i}_s \Psi_r + \frac{L_m^2}{L_r} \left( j \omega_{mr} |\dot{i}_{mr}| + \frac{d |\dot{i}_{mr}|}{dt} \right)$$

Notând

$$L'_s = L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \text{ - inductivitatea statorică tranzitorie,}$$

rezultă

$$\underline{u}_s \Psi_r = R_s \dot{i}_s \Psi_r + L'_s \frac{d \dot{i}_s \Psi_r}{dt} + j L'_s \omega_{mr} \dot{i}_s \Psi_r + \left( L_s - L'_s \right) \left( j \omega_{mr} |\dot{i}_{mr}| + \frac{d |\dot{i}_{mr}|}{dt} \right),$$

care proiectată pe axele sistemului solidar cu fluxul rotoric conduce la

$$\begin{aligned} u_{sd} &= R_s i_{sd} + L'_s \frac{d i_{sd}}{dt} - L'_s \omega_{mr} i_{sq} + (L_s - L'_s) \cdot \frac{d |\dot{i}_{mr}|}{dt} \\ u_{sq} &= R_s i_{sq} + L'_s \frac{d i_{sq}}{dt} + L'_s \omega_{mr} i_{sd} + (L_s - L'_s) \cdot \omega_{mr} |\dot{i}_{mr}| \end{aligned}$$

## Întrebarea 5: răspuns

Dacă  $|\dot{i}_{mr}| = ct$ , atunci  $\frac{d |\dot{i}_{mr}|}{dt} = 0$ , iar dacă se neglijează regimurile tranzitorii ale componentelor curentului statoric, rezultă

$$u_{sd} = R_s i_{sd} - L'_s \omega_{mr} i_{sq},$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \omega_{mr} i_{sd}.$$



Componentele curenților statorici sunt obținute ca și în cazul [inverterului cu curenți prescriși](#), pentru obținerea valorilor prescise ale tensiunii statorice, la componentele rezistive (primul termen din membrele drepte) adunându-se componentele de decuplare ce determină structura circuitului de decuplare (figura 4).

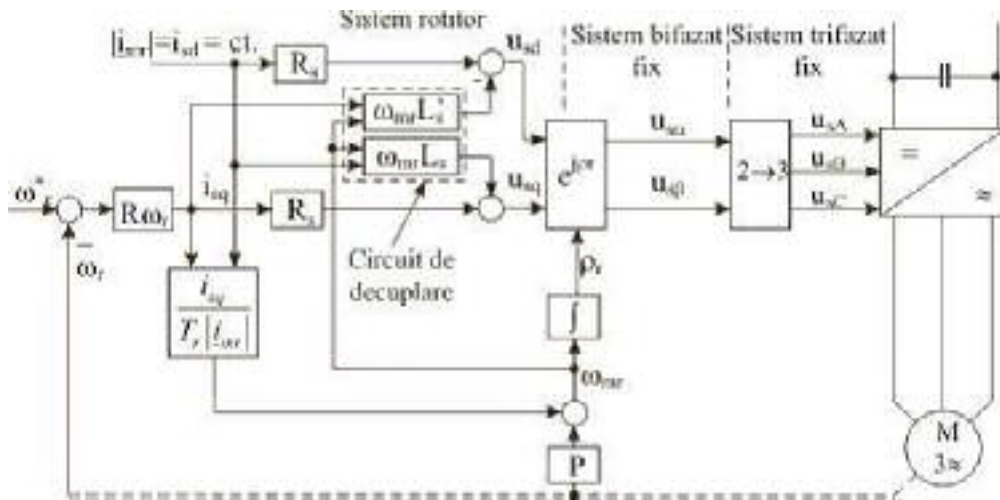


Figura 4

### Întrebarea 5: demonstrație

Dacă se consideră  $|i_{msr}| = ct.$ , rezultând

$$\frac{d|i_{msr}|}{dt} = 0$$

și regim staționar al componentelor curentului statoric, respectiv

$$\frac{di_{sd}}{dt} = 0,$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = 0,$$

atunci componentele tensiunilor statorice

$$u_{sd} = R_s i_{sd} + L_s' \frac{di_{sd}}{dt} - L_s' \omega_{mr} i_{sq} + (L_s - L_s') \cdot \frac{d|i_{msr}|}{dt}$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + L_s' \frac{di_{sq}}{dt} + L_s' \omega_{mr} i_{sd} + (L_s - L_s') \cdot \omega_{mr} |i_{msr}|$$

devin

$$u_{sd} = R_s i_{sd} - L_s' \omega_{mr} i_{sq},$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \omega_{mr} i_{sd}$$

## Întrebarea 6: răspuns

Datorită aproximațiilor considerate, valorile reale ale componentelor curentului statoric nu mai urmăresc la fel de fidel valorile prescrise.

## Întrebarea 6: demonstrație

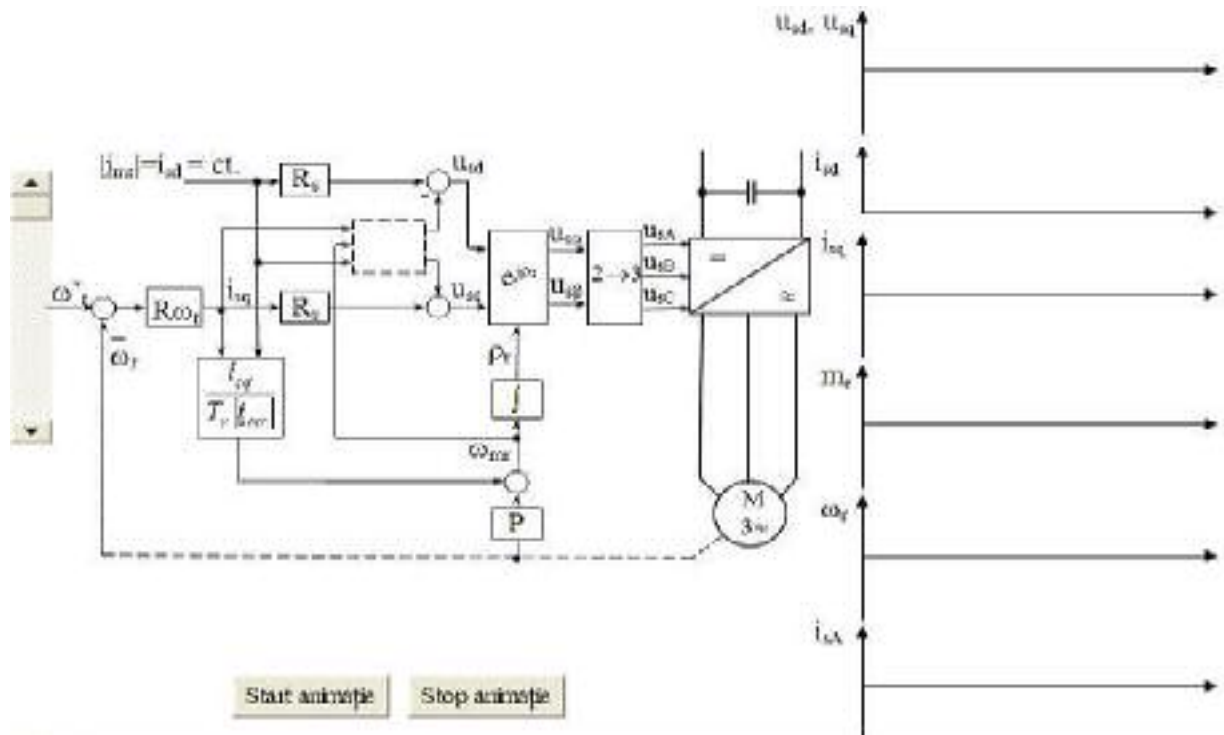


Figura 5 (animație)