Circuite magnetice - electromagnet

Tematica: *Maşini electrice*
→ ***Capitol:*** *Conversia electromagnetică*
→ ***Secțiunea:***

***Tip resursă*:** ☐ *Expunere* ☒ *Laborator virtual / Exercițiu* ☐ *CVR*

Acest laborator tratează modelarea unui difuzor.

- cunoştințe anterioare necesare:
- nivel: ciclul 2
- resurse ajutătoare:
- durata estimată:
- autor: Damien Grenier
- realizare: Sophie Labrique
- traducere: Sergiu Ivanov

Resursă realizată cu sprijin financiar din partea Comunității Europene. Documentul de față nu angajează decât responsabilitatea autorului(rilor) lui. Comisia îşi declină orice responsabilitate ce ar putea decurge din utilizarea lui.

Enunțul lucrării de laborator

În figura 1 este reprezentată o secțiune transversală a unui difuzor electrodinamic. Acest dispozitiv, caracterizat de simetrie circulară, are în componență:

- un miez din material feromagnetic;
- un magnet permanent pe direcția axială (respectiv în lungul axei x);
- o bobină mobilă ce are n spire, situate în mijlocul întrefierului.

Bobina mobilă, solidară cu membrana, comandă mişcarea acesteia, în scopul creării undelor de presiune şi deci a sunetului.

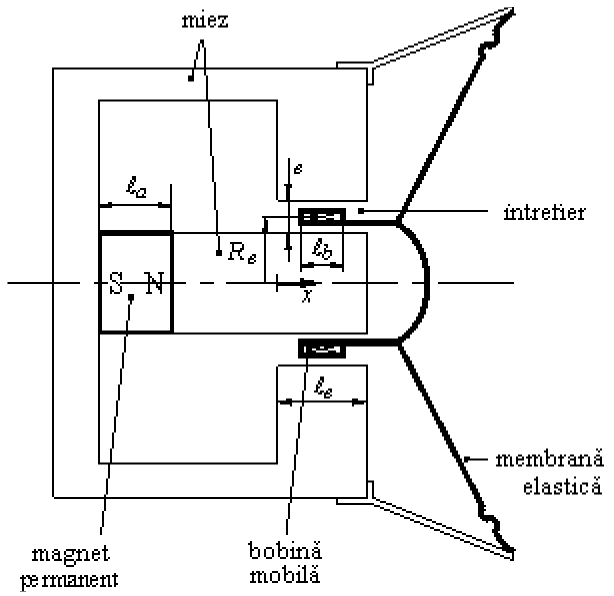

Figura 1

- R_e este raza medie a întrefierului şi deci, raza spirelor bobinei mobile;
- e este întrefierul;
- l_e este lungimea axială a întrefierului;
- l_b este lungimea axială a bobinei;
- l_a este lungimea axială a magnetului permanent.

Caracteristica $B-H$ a magnetului permanent este reprezentată în figura 2.

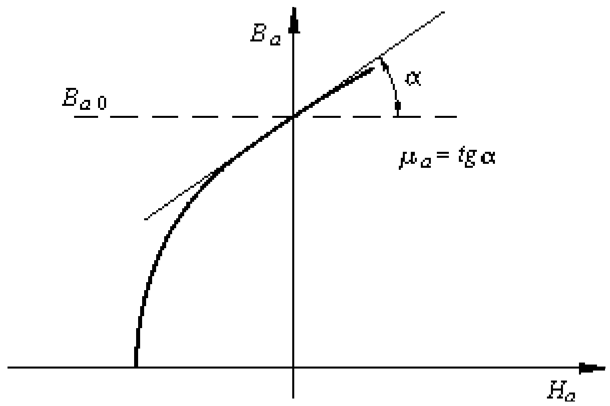

Figura 2

Se va presupune că punctul de funcționare a magnetului permanent se află în zona liniară, ce poate fi aproximată cu dreapta de ecuație $B_a = B_{a0} + \mu_a H_a$.

Forța pe care bobina mobilă, parcursă de curentul i, o exercită asupra membranei este în cea mai mare parte de origine electrodinamică. Ea este rezultatul interacțiunii curentului i cu câmpul creat de magnetul permanent (şi deci, cu fluxul intersectat de bobină). Mai există şi o componentă reluctantă a forţei, datorată variaţiei inductanţei proprii a bobinei, în funcţie de poziţia sa. Această componentă este practic neglijabilă, faţă de cea de origine electrodinamică.

1. Calculaţi forţa de origine electrodinamică care se exercită asupra bobinei, în sensul pozitiv al axei *x*, atunci când ea este parcursă de curentul *i* şi rămâne în întregime în întrefier (se va considera că permeabilitatea fierului este infinită, întrefierul este mic, iar magnetizarea magnetului permanent este uniformă).

   Răspuns >>

2. Calculaţi forţa de origine reluctantă care se exercită asupra bobinei mobile, atunci când este parcursă de curentul *i* folosind relaţia $1/2(\partial L_b/\partial x)i^2$, unde L_b este inductanţa proprie a bobinei. Estimarea acestei forţe se va face presupunând că lungimea bobinei este neglijabilă (toate spirele sunt concentrate în poziţia x_b) şi că magnetul este considerat un mediu cu permeabilitate μ_0.

   Răspuns >>

1. Ajutor

Dacă permeabilitatea fierului este infinită, câmpul $\vec{H}$ din întrefier este nul, iar câmpul $\vec{B}$, la suprafaţa de separare dintre fier şi aer (întrefier), este perpendicular acesteia şi deci perfect radial.

Dacă întrefierul este mic, se poate presupune că liniile de câmp sunt radiale în întreg întrefierul şi că lungimea tuturor liniilor de câmp $\vec{B}$ este aceeaşi.

2. Ajutor

Pentru a calcula câmpul din întrefier datorat curentului *i* din bobină, faceţi aceleaşi ipoteze ca şi în cazul câmpului în întrefier datorat magnetului permanent. Presupuneţi în plus că, în zona corespunzătoare magnetului, câmpul este axial.

Întrebarea 1: răspuns

$$F = B_e 2\pi R_e n i = \frac{B_{a0} S_a}{\ell_e}\left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0 \dfrac{\ell_a}{e}\dfrac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}}\right) n i$$

S_a fiind secţiunea perpendiculară a magnetului permanent $(S_a = \pi(R_e - e/2)^2)$.

Întrebarea 1: demonstraţie

Forţa de origine electrodinamică ce se exercită asupra bobinei în sensul pozitiv al axei x, poate fi calculată prin două metode. Prima se bazează pe legea Bli, deoarece conductoarele ce formează bobina se află în câmpul $\vec{B}_e$ din întrefier. A doua metodă se bazează pe calculul variaţiei co-energiei în funcţie de poziţie.

Prima metodă

Pentru a calcula valoarea inducţiei $\vec{B}_e$ în orice punct din întrefier, se foloseşte teorema lui Ampère aplicată pe un contur ce traversează radial întrefierul şi axial magnetul permanent (figura 3). Rezultă

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = H_a \ell_a + H_e e = 0 \qquad (1)$$

deoarece se presupune că:

- permeabilitatea fierului este infinită şi deci câmpul H în fier este nul;
- câmpul H_a în magnet este uniform şi perfect axial.

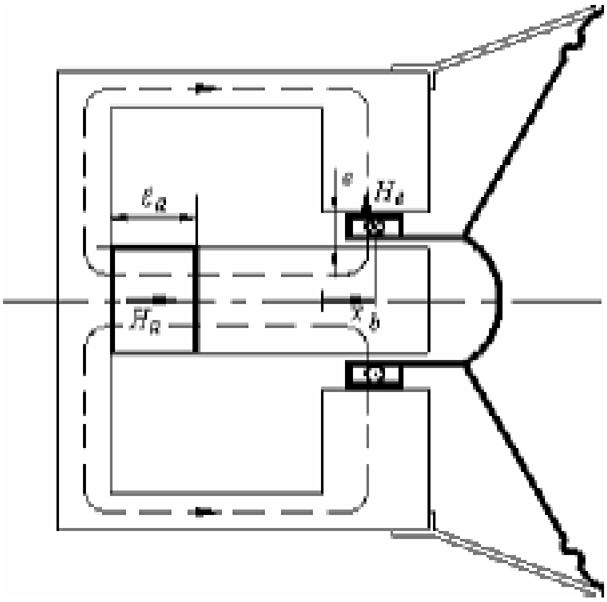

Figura 3

Câmpul $\vec{H}_e$ având aceeaşi valoare H_e în orice punct din întrefier, din (1) rezultă

$$H_e = \frac{-H_a \ell_a}{e}. \qquad (2)$$

Trecerea de la câmpul din întrefier $\vec{H}_e$ la inducţia $\vec{B}_e$ se face folosind relaţia $\vec{B}_e = \mu_0 \vec{H}_e$.

Fluxul ψ ce traversează întrefierul este

$$\psi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \qquad (3)$$

Cum inducţia $\vec{B}_e$ este perfect radială şi este aceeaşi în orice punct din întrefier, rezultă:

$$\psi = B_e 2\pi R_e \ell_e \qquad (4)$$

Fluxul ψ se închide prin miez şi magnetul permanent. Prin magnetul permanent, fluxul va fi $B_a S_a$, unde $S_a = \pi(R_e - e/2)^2$, este secţiunea perpendiculară a magnetului; rezultă:

$$\psi = B_e 2\pi R_e \ell_e = B_a S_a \qquad (5)$$

Se obţine relaţia:

$$B_a = \frac{B_e 2\pi R_e \ell_e}{S_a} \qquad (6)$$

Combinând ecuaţiile (6) şi (2) şi ţinând cont că $B_e = \mu_0 H_e$, rezultă:

$$B_a = \frac{-\mu_0 H_a \ell_a}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a} \qquad (7)$$

Ecuația (7) exprimă legătura dintre B_a și H_a.

Mai există însă o relație între acestea, respectiv caracteristica $B_a(H_a)$ a magnetului permanent

$$B_a = B_{a0} + \mu_a H_a \qquad (8)$$

Punctul de funcționare se află la intersecția dreptelor date de (7) și (8) (figura 4):

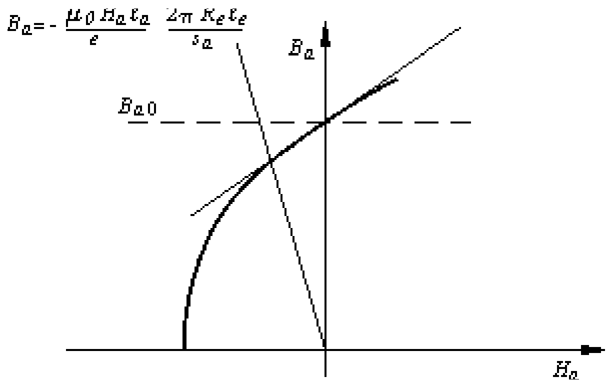

Figura 4

$$B_a = B_{a0}\left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0 \dfrac{\ell_a}{e} \dfrac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}}\right) = \frac{B_{a0}}{1 + \dfrac{\mu_a e S_a}{\mu_0 \ell_a 2\pi R_e \ell_e}} \qquad (9)$$

și deci

$$B_e = \frac{B_a S_a}{2\pi R_e \ell_e} = \frac{B_{a0} S_a}{2\pi R_e \ell_e}\left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0 \dfrac{\ell_a}{e} \dfrac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}}\right) \qquad (10)$$

Considerând că sensul pozitiv al curentului *i* prin bobină traversează planul de secționare așa cum este indicat în figura 3 ("intră" în partea superioară a axei de simetrie și "iese" prin partea inferioară), forța electrodinamică $\vec{F}$ ce se va dezvolta asupra unei spire, în sensul pozitiv al axei x va fi:

$$F_{sp} = B_e 2\pi R_e i \qquad (11)$$

unde $2\pi R_e$ este lungimea unei spire.

Cum bobina are n spire, forța totală F va fi:

$$F = B_e 2\pi R_e n i = \frac{B_{a0} S_a}{\ell_e}\left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0 \dfrac{\ell_a}{e} \dfrac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}}\right) n i \qquad (12)$$

A doua metodă

Calculul inducției în întrefier B_e se face la fel ca în prima metodă. În orice punct din întrefier, inducția $\vec{B}_e$ este radială, iar valoarea ei este (figura 1):

$$B_e = \frac{B_{a0}S_a}{2\pi R_e \ell_e}\left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0 \frac{\ell_a}{e}\frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}}\right) \qquad (13)$$

Fluxul datorat magnetului, care traversează o secțiune perpendiculară situată în poziția x, $(0 < x < \ell_e)$ este egal cu fluxul ce traversează întrefierul de la x la ℓ_e (figura 5):

$$\phi(x) = 2\pi R_e(\ell_e - x)B_e \qquad (14)$$

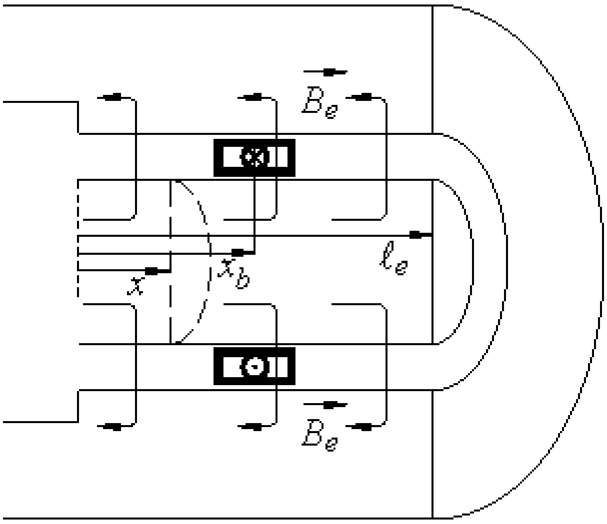

Figura 5

Sensul fluxului este în sensul pozitiv al axei x. Acest flux are sensul fluxului magnetului permanent, ce intersectează o spiră a bobinei aflată în aceeaşi poziție, dacă alegem ca sens pozitiv al curentului, sensul indicat în figura 5.

Fluxul ψ_0 prin bobină, atunci când punctul său median se află la x_b va fi (figura 5):

$$\psi_0 = \int_{x_b - \ell_b/2}^{x_b + \ell_b/2} -(\ell_e - x)\frac{B_{a0}S_a}{\ell_e}\left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0 \frac{\ell_a}{e}\frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}}\right)\frac{n\,dx}{\ell_b} \qquad (15)$$

Se obține

$$\psi_0(x) = -\frac{nB_{a0}S_a}{\ell_e}\left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0 \frac{\ell_a}{e}\frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}}\right)(\ell_e - x_b) \qquad (16)$$

Fluxul total indus în bobină este:

$$\psi(x) = \psi_0(x) + L_b i, \qquad (17)$$

în care L_b este inductanța proprie a bobinei. Prin analogie cu (2.45) (Capitolul 2, § 2.6 al cărții), co-energia magnetică este:

$$W_{cmag} = W_{cmag0} + \int_i^0 \psi(i)di = W_{cmag0} + \psi_0 i + \frac{1}{2}L_b i^2 \quad (18)$$

Termenul W_{mag0}, care este co-energia corespunzătoare curentului nul (sau opusul energiei magnetice înmagazinată la curent nul), este un termen ce nu depinde de poziția bobinei mobile, deoarece circuitul magnetic, văzut dinspre magnetul permanent, este invariant, respectiv, nu depinde de poziția bobinei.

Forța, care se exercită asupra bobinei se scrie ca fiind derivata parțială a co-energiei în raport cu poziția bobinei, este atunci:

$$F = \frac{\partial W_{cmag}}{\partial x} = \frac{\partial \psi_0}{\partial x}i + \frac{1}{2}\frac{\partial L_b}{\partial x}x \quad (19)$$

Termenul $(\partial\psi_0/\partial x)i$ corespunde forței electrodinamice. Termenul $1/2(\partial L_b/\partial x)i^2$ corespunde forței datorate modificării reluctanței.

Forța electrodinamică va fi:

$$F = \frac{\partial \psi_0}{\partial x}i = \frac{nB_{a0}S_a}{\ell_e}(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0\frac{\ell_a}{e}\frac{2\pi R_e\ell_e}{S_a}})i \quad (20)$$

Se observă, aşa cum era de aşteptat, că relația (20) exprimă o forță ce are aceeaşi valoare cu cea obținută aplicând regula Bli (12).

Întrebarea 2: răspuns

$$F_r = \frac{1}{2}\frac{\partial L_b}{\partial x}i^2 = \mu_o n^2 \frac{\pi R_e}{e} \frac{2\pi R_e\ell_e - S_a\frac{e}{\ell_a} - 4\pi R_e x_b}{S_a\frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e\ell_e} \cdot i^2$$

Întrebarea 2: demonstrație

Dacă se presupune că bobina este concentrată, toate conductoarele sunt situate la $x = x_b$ (figura 6). Teorema lui Ampère aplicată conturului ce traversează întrefierul fără să conțină bobina (conturul 1 din figura 6, ce traversează întrefierul la $x < x_b$) conduce la:

$$\oint Hd\ell = H_a\ell_a + H_{e1}e = 0 \quad (21)$$

Teorema lui Ampère aplicată conturului ce traversează întrefierul şi conține bobina (conturul 2 din figura 6, ce traversează întrefierul la $x > x_b$) conduce la:

$$\oint Hd\ell = H_a\ell_a + H_{e2}e = ni \quad (22)$$

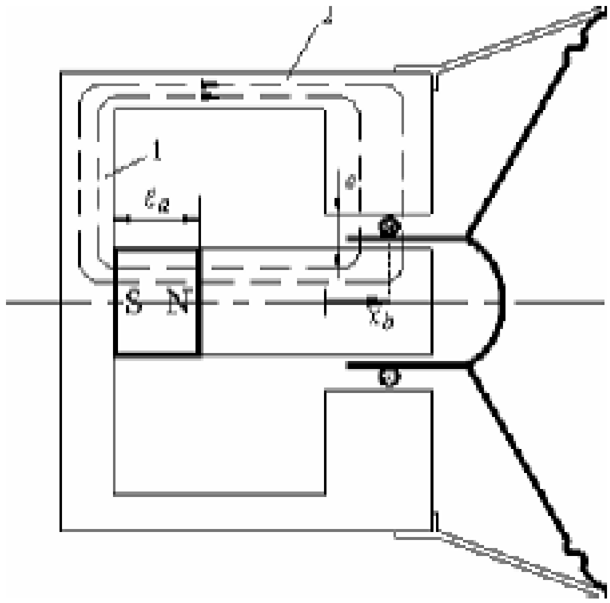

Figura 6

Pentru obținerea valorii lui H_{e2}, trebuie, ca şi în cazul calculului câmpului datorat magnetului permanent, să se considere conservarea fluxului:

- fluxul ce traversează întrefierul este:

$$\phi_e = \mu_0 2\pi R_e x_b H_{e1} + \mu_0 2\pi R_e (\ell_e - x_b) H_{e2}$$

- fluxul ce traversează magnetul este:

$$\phi_a = \mu_0 H_a S_a.$$

Cum trebuie să obținem H_{e2}, rezultă:

$$\mu_0 H_a S_a = \mu_0 2\pi R_e (x_b H_{e1} + \ell_e - x_b H_{e2}) \qquad (23)$$

Din ecuațiile (21), (22) şi (23), se poate deduce valoarea câmpului H_{e2}:

$$H_{e2} = \left(\frac{S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e x_b}{S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e \ell_e}\right) \frac{ni}{e} \qquad (24)$$

Fluxul ce parcurge bobina este de n ori fluxul ce traversează întrefierul între x_b şi ℓ_e

$$\psi_b = n \mu_0 H_{e2} 2\pi R_e (\ell_e - x_b) \qquad (25)$$

Ținând cont de (24) rezultă

$$\psi_b = \mu_0 2\pi R_e \frac{(\ell_e - x_b)}{e} \frac{(S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e x_b)}{S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e \ell_e)} n^2 i \qquad (26)$$

Inductanța L_b a bobinei este deci:

$$L_b = \frac{\psi_b}{i} = \mu_0 n^2 2\pi R_c(\ell_c - x_b)\frac{(S_a\dfrac{e}{\ell_a} + 2\pi R_c x_b)}{S_a\dfrac{e}{\ell_a} + 2\pi R_c \ell_c)} \qquad (27)$$

Forța de tip reluctant, ce se exercită asupra bobinei va fi:

$$F_r = \frac{1}{2}\frac{\partial L_b}{\partial x}i^2 = \mu_0 n^2 \frac{\pi R_c}{e}\frac{2\pi R_c \ell_c - S_a\dfrac{e}{\ell_a} - 4\pi R_c x_b}{S_a\dfrac{e}{\ell_a} + 2\pi R_c \ell_c}\cdot i^2 \qquad (28)$$

Această forță, care determină apariția unui termen neliniar în relația ce leagă forța totală exercitată asupra bobinei şi curentul ce o parcurge, poate fi redusă până la o valoare neglijabilă în raport cu forța electrodinamică, printr-o dimensionare corespunzătoare a dispozitivului. Din acest motiv, în general, se ia în considerare doar termenul de tip electrodinamic.