Circuite magnetice - electromagnet

Tematica: *Maşini electrice*
→ ***Capitol:*** *Conversia electromagnetică*
→ ***Secţiunea:***

Tip resursă: ☒ *Expunere* ☐ *Laborator virtual / Exerciţiu* ☐ *CVR*

Această expunere tratează modelarea unui electromagnet. Cu această ocazie, se vor introduce noţiunea de circuit magnetic şi legea lui Hopkinson.

- cunoştinţe anterioare necesare:
- nivel: ciclul 2
- resurse ajutătoare:
- durata estimată:
- autori: Damien Grenier, Bruno Dehez
- realizare: Sophie Labrique
- traducere: Sergiu Ivanov

Resursă realizată cu sprijin financiar din partea Comunităţii Europene. Documentul de faţă nu angajează decât responsabilitatea autorului(rilor) lui. Comisia îşi declină orice responsabilitate ce ar putea decurge din utilizarea lui.

1. Importanța noțiunii de circuit magnetic

Cuplul electromagnetic M_{em} sau forța electromagnetică F_{em} furnizate de un convertor electromagnetic, se poate exprima ca fiind derivata parțială, în funcție poziția rotorului sau a armăturii mobile, a co-energiei magnetice, aceasta fiind exprimată în funcție de curenții ce parcurg diferitele înfăşurări ale convertorului electromecanic.

Pentru un convertor rotitor se poate scrie:

$$M_{em} = \frac{\partial W_{cmag}}{\partial \theta_m}$$

Pentru un convertor liniar:

$$F_{em} = \frac{\partial W_{cmag}}{\partial x_m}.$$

Co-energia magnetică W_{cmag} se poate calcula prin integrarea expresiilor fluxurilor diferitelor înfăşurări în funcție de curenții ce le parcurg. Pentru un convertor cu n înfăşurări, se poate scrie:

- în cazul unui convertor rotitor:

$$W_{cmag} = \int_{0,0,0,\ldots,0}^{i_1,i_2,\ldots,i_n} \sum_{k=1}^{n} \psi_k(i_1, i_2, \ldots, i_n, \theta_m) di_k,$$

- pentru un convertor linear:

$$W_{cmag} = \int_{0,0,0,\ldots,0}^{i_1,i_2,\ldots,i_n} \sum_{k=1}^{n} \psi_k(i_1, i_2, \ldots, i_n, x_m) di_k.$$

Pentru scrierea relațiilor flux-curenți, este util în unele cazuri să se apeleze la **noțiunea de circuit magnetic** (şi la cea de **reluctanță** ce îi este asociată), deoarece această noțiune permite deducerea directă a relațiilor $\psi_k(i_1,i_2,\ldots,i_n,\theta_m)$ sau $\psi_k(i_1,i_2,\ldots,i_n,x_m)$ în funcție de geometria dispozitivului studiat şi de permeabilitate materialelor din care este construit.

2. Primul exemplu de circuit magnetic

Pentru a introduce noțiunea de circuit magnetic, se va considera o bobină cu N spire înfăşurate în jurul unui miez toroidal (Figura 1).

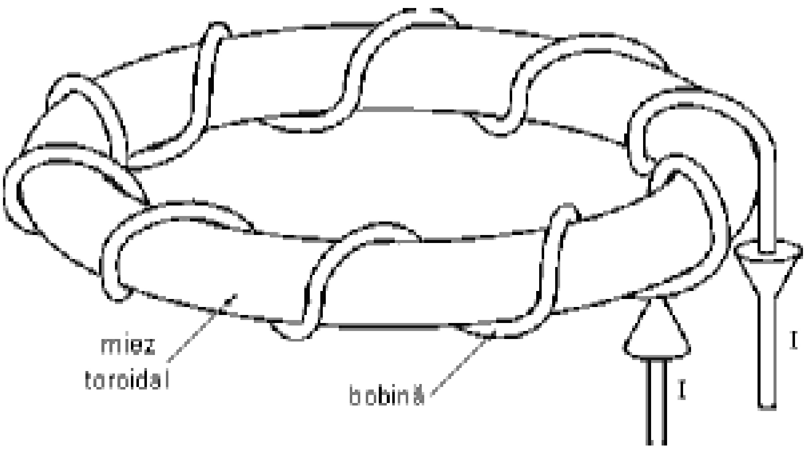

Figura 1

3. Definirea conturului de integrare pentru aplicarea teoremei lui Ampère

Se poate calcula câmpul magnetic creat de curentul *I* care circulă prin bobină, aplicând teorema lui Ampère pe contururi circulare situate în secțiuni paralele cu bobina, ale căror centre sunt deci pe axa de simetrie a bobinei (Figura 2).

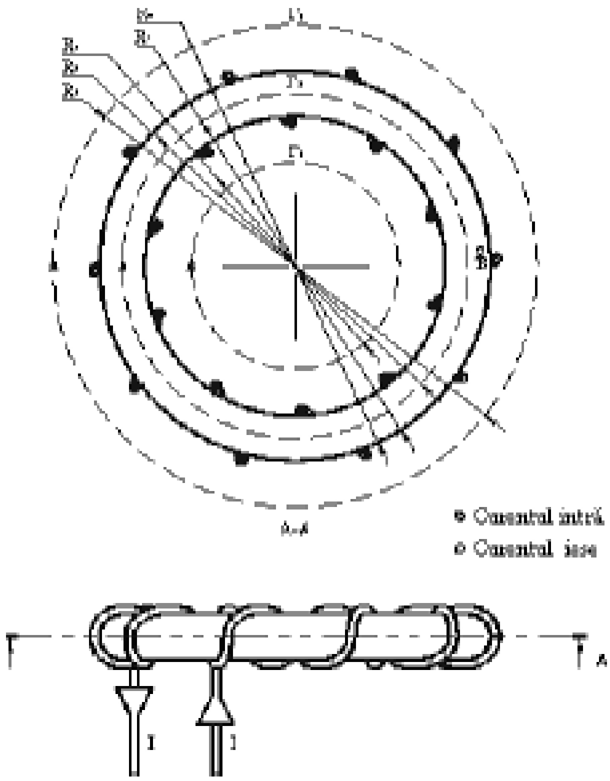

Figura 2

4. Aplicarea teoremei lui Ampère - punerea în evidență a circuitului magnetic

Datorită simetriei, pe contururile de integrare alese, câmpul de inducție $\vec{B}$ produs de curentul *I* care circulă în bobină este tot timpul tangent la contur şi de amplitudine constantă. Rezultă:

- în cazul în care conturul are raza R_1, mai mică decât R_i (raza interioară a miezului toroidal) - conturul Γ_1 din figura 2)[1]:

$$\oint_{\Gamma_1} \frac{\vec{B}}{\mu_0}.d\vec{l} = 2\pi\frac{R.B}{\mu_0} = 0; \qquad (1)$$

- în cazul în care conturul are raza R_2, mai mare decât R_i dar mai mică decât R_e (raza exterioară a miezului toroidal) - conturul Γ_2 din figura 2):

$$\oint_{\Gamma_2} \frac{\vec{B}}{\mu}.d\vec{l} = 2\pi\frac{R.B}{\mu} = N.I; \qquad (2)$$

- în sfârşit, în cazul în care conturul are raza R_3, mai mare decât R_e - conturul Γ_3 din figura 2):

$$\oint_{\Gamma_3} \frac{\vec{B}}{\mu_0}.d\vec{l} = 2\pi \frac{R.B}{\mu_0} = N.I - N.I = 0; \quad (3)$$

unde μ_0 este permeabilitatea magnetică a vidului şi a aerului, iar μ este la permeabilitatea magnetică a materialului din care este construit miezul toroidal.

Se constată că în orice punct situat în afara torului, câmpul $\vec{B}$ este nul. Întreg fluxul indus de curentul *I* circulă deci în acest volum, similar unui circuit electric, în care curentul electric nu circulă decât în conductoare. Prin analogie, putem defini torul ca fiind un **circuit magnetic**.

---

[1] de fapt, pentru orice contur situat într-un plan ce nu intersectează bobina

5. Legea lui Hopkinson

Dacă razele R_i şi R_e au valori apropiate (cu alte cuvinte, spirele sunt mici faţă de raza medie $R_m = (R_i+R_e)/2$), se poate considera, fără a se introduce erori importante, că toate contururile de integrare situate la interiorul torului au aproximativ aceeaşi lungime, R_m.

Cu această ipoteză, rezultă că inducţia magnetică este constantă, în orice punct al unei secţiuni drepte a torului. Cum inducţia $\vec{B}$ este, în orice punct, perpendiculară la secţiunea dreaptă (deoarece este tangentă la conturul de integrare), fluxul ψ printr-o secţiune dreaptă a torului se poate aproxima:

$$\psi = \iint_S \vec{B}.d\vec{S} = B.S, \quad (4)$$

unde *S* este secţiunea dreaptă a torului.

Combinând ecuaţiile (2) şi (4), rezultă

$$\psi = \frac{\mu.S}{\ell}.N.I, \quad (5)$$

cu $\ell = 2.\pi.R_m$

Se notează şi de definesc:

- $F = N.I$ forţa magnetomotoare, exprimată în Amperi-spiră (Asp);
- $R = \frac{\ell}{\mu.S}$, reluctanţa circuitului magnetic,

putându-se astfel scrie (5) sub forma:

$$\mathcal{F} = \mathcal{R}.\psi. \quad (6)$$

Această ecuaţie este cunoscută şi sub numele de "Legea lui Hopkinson".

6. Analogie între circuitele magnetice / circuitele electrice

În mod simplu, se pot face analogii între circuitele magnetice şi circuitele electrice:

- fluxul magnetic ψ ce se închide printr-un circuit magnetic, corespunde curentului electric *I* ce se închide printr-un circuit electric;
- forța magnetomotoare *F*, corespunde forței electromotoare *U*;
- reluctanța *R* a unui conductor magnetic de lungime ℓ, secțiune *S* şi permeabilitate μ, corespunde rezistenței *R* a unui conductor electric de lungime ℓ, secțiune *S* şi conductivitate σ; se poate scrie $R = \frac{\ell}{\mu . S}$ şi $R = \frac{\ell}{\sigma . S}$;
- în sfârşit, legea lui Hopkison $F = R.\psi$ corespunde legii lui Ohm $U = R.I$.

Se poate defini, de asemenea, permeanța unui circuit magnetic *P* = 1/*R*, ce corespunde conductanței *G* = 1/*R* a unui circuit electric.

Circuit magnetic	Circuit electric
Flux (ψ)	Curent (*I*)
Forță magnetomotoare (*F*)	Forță electromotoare (*U*)
Reluctanță (*R*)	Rezistență (*R*)
Permeanță (*P*)	Conductanță (*G*)
Legea lui Hopkison ($F = R.\psi$)	Legea lui Ohm ($U = R.I$)

Analogie circuite magnetice / circuite electrice.

7. Aplicație pentru modelarea unui convertor electromecanic

Pentru exemplificare, se propune aplicarea noțiunii de circuit magnetic, pentru modelarea electromagnetului din figura 3, pentru care se presupune că fluxul este acelaşi în piesele din material feromagnetic şi în întrefierul care le separă.

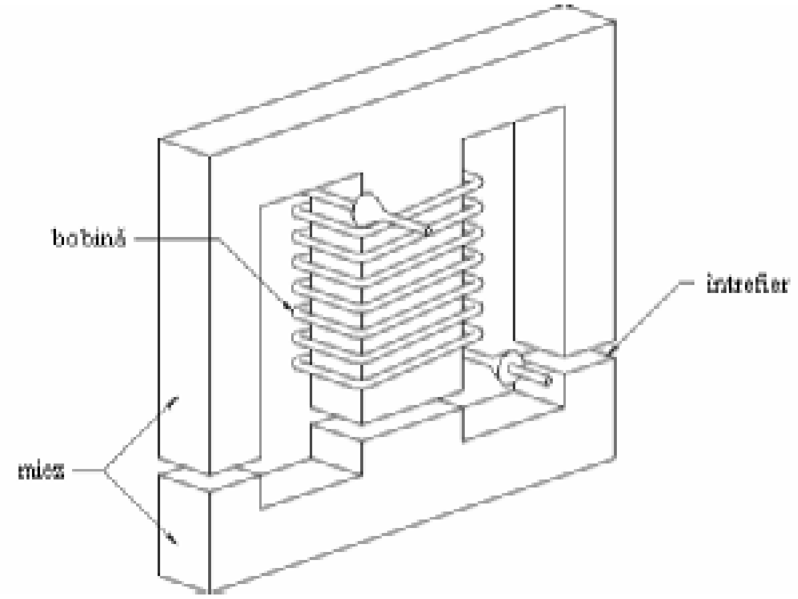

Figura 3

8. Definirea circuitului magnetic echivalent

Analiza prin metoda elementului finit, permite verificarea pertinenței ipotezei conform căreia, fluxul parcurge, în principal, piesele feromagnetice şi cele trei porțiuni de întrefier. Între două curbe consecutive de echiflux reprezentate în figura 4, întotdeauna circulă aceeaşi cantitate de flux magnetic.

Ipoteza avută în vedere, se reduce în fapt, la neglijarea fluxului de scăpări (acela care nu traversează întrefierul), flux ce este cu atât mai mic cu cât mărimea întrefierului ce trebuie traversat este mai mică, sau permeabilitatea relativă a materialului feromagnetic este mai mare[2].

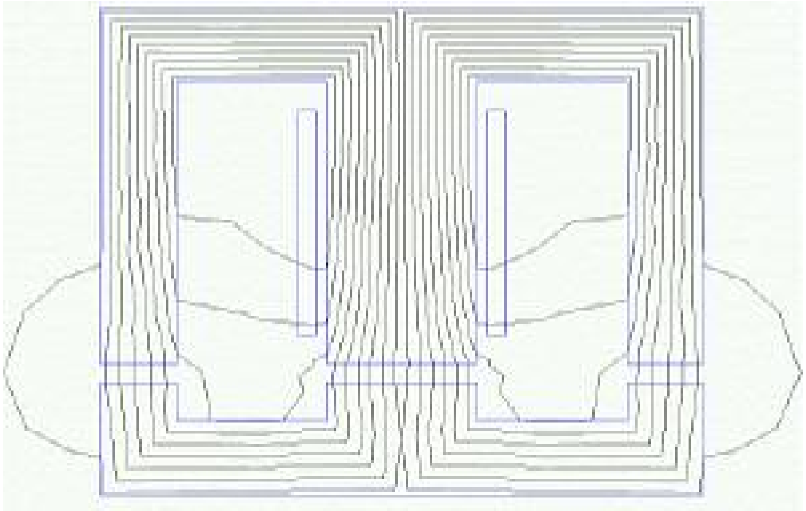

Figura 4

[2] Ceea ce înseamnă deci, că materialele feromagnetice sunt nesaturate.

9. Reducerea circuitului magnetic echivalent

Ținând cont de simetria dispozitivului, se poate studia doar o jumătate a circuitului magnetic (Figura 5). Fluxul care circulă în fiecare din cele două coloane laterale sunt egale între ele, fiecare fiind jumătate din fluxul ce parcurge coloana centrală, respectiv fluxul care circulă pe jumătate din secțiunea acestei coloane centrale.

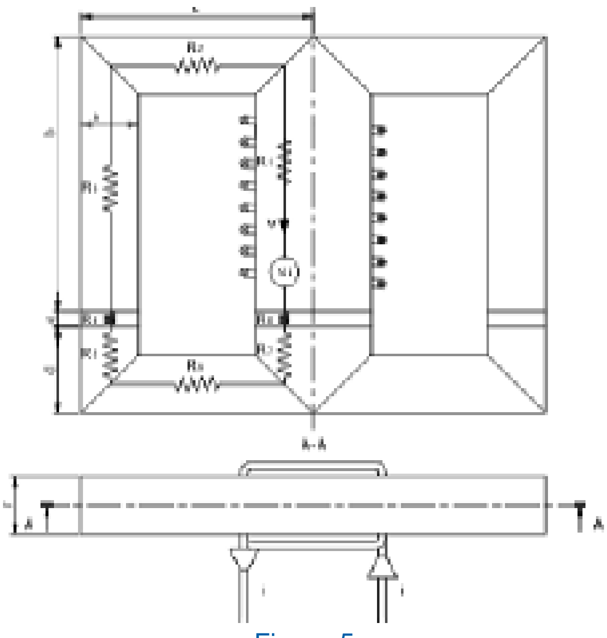

Figura 5

10. Relația flux-curent

Cunoscând **lungimea medie** ℓ și **secțiunea perpendiculară** *S* a diferitelor elemente ale circuitului magnetic, ca și permeabilitatea μ a materialului din care sunt construite, se pot calcula cele nouă reluctanțe ale acestui circuit, utilizând relația generală

$$\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu . S}.$$

Dacă μ_r este permabilitatea relativă a materialului feromagnetic din care este realizat miezul ($\mu = \mu_r \mu_0$), permeabiltate presupusă constantă, indiferent de valoarea curentului *I* (circuit nesaturat), se pot calcula:

$$\mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_3 = \frac{b - \frac{a}{2}}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot a \cdot f},$$

$$\mathcal{R}_2 = \mathcal{R}_6 = \frac{c - a}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot a \cdot f},$$

$$\mathcal{R}_4 = \mathcal{R}_8 = \frac{e}{\mu_0 \cdot a \cdot f},$$

$$\mathcal{R}_5 = \mathcal{R}_7 = \frac{d - \frac{a}{2}}{\mu_r . \mu_0 . a . f}.$$

Fluxul ce parcurge fiecare din cele două ramuri de circuit (egal cu jumătate din fluxul total) se poate scrie atunci:

$$\frac{\psi}{2} = \frac{N.I}{\sum_{i=1}^{8} \mathcal{R}_i} = \frac{N \cdot I \cdot \mu_0 \cdot a \cdot f}{2e + \frac{2b + 2c + 2d - 4a}{\mu_r}}. \qquad (7)$$

De notat că, dacă lungimea totală a circuitului magnetic este neglijabilă în raport cu produsul dintre μ_r și lungimea totală a porțiunilor de întrefier, pentru obținerea relației flux-curent, se poate aproxima, fără a introduce erori semnificative, că reluctanța totală a circuitului magnetic este egală cu cea a porțiunilor de întrefier[3]. Pentru o permeabilitate relativă μ_r superioară valorii de 1000 și pentru valori ale întrefierului inferioare 1mm, această aproximație rămâne valabilă atât timp cât lungimea totală a circuitului rămâne inferioară valorii de 2m.

---

[3] **De fapt, acest tip de simplificare este adoptată în general în modelarea convertoarelor electromecanice, considerând că permeabilitatea materialelor feromagnetice ce le compun, este infinită.**

11. Calculul co-energiei magnetice și a forței de atracție

Fluxul indus în cele *N* spire ale bobinei se exprimă:

$$\Phi = N.\psi = L.I,$$

în care, conform (7),

$$L = \frac{N^2.\mu_0.a.f}{e + \dfrac{b+c+d-2a}{\mu_r}}.$$

Co-energia magnetică[4] este atunci

$$W_{cmag} = \int_0^i \Psi di_k = \frac{1}{2}L.I^2.$$

Forța de atracție între cele două elemente ale miezului feromagnetic se exprimă în final:

$$F_{em} = \frac{\partial W_{cmag}}{\partial e} = \frac{N^2.I^2.\mu_0.a.f}{2\left(e + \dfrac{b+c+d-2a}{\mu_r}\right)^2}.$$

Ea este cu atât mai mare cu cât *e* este mai mic, având un maxim egal cu:

$$F_{em,max} = \frac{N^2.I^2.\mu_r.\mu_0.a.f}{2(b+c+d-2a)^2}$$

pentru $e = 0$.

---

[4] **care este, de altfel, egală cu energia magnetică, aşa cum se arată în §2.4.3 al cărții deoarece, presupunând μ_r constant, ne aflăm în cazul în care relațiile flux-curent sunt liniare**