

## Realizarea unui bobinaj sinusoidal

**Tematica:** *Mașini electrice*

→ **Capitol:** *Mașini electrice cu câmp învârtitor*

→ **Secțiunea:** *Principii*

**Tip resursă:**    *Expunere*       *Laborator virtual / Exercițiu*       *CVR*

Acest exercițiu explică modalitatea prin care, folosind tehnica de repartizare a înfășurărilor în creștături, este posibil să se realizeze un bobinaj care să asigure o distribuție sinusoidală a câmpului din întrefier. Se va arăta că este mai simplu să se obțină acest obiectiv cu ajutorul unui bobinaj trifazat, decât cu unul bifazat, ceea ce justifică, între altele, marea răspândire în electrotehnică, a sistemelor trifazate.

- cunoștințe anterioare necesare:
- nivel: ciclul 2
- resurse ajutătoare:
- durată estimată:
- autor: [Damien Grenier](#)
- realizare: Sophie Labrique
- traducere: [Sergiu Ivanov](#)

## Realizarea unui bobinaj sinusoidal – enunț

1. Calculați în orice punct din întrefier, intensitatea câmpului  $H$ , produs de o spirală situată la periferia unui întrefier neted, și parcursă de curentul  $I$  (figura 1). Se va considera permeabilitatea fierului infinită și se va neglija fluxul de dispersie.

Ca axă de referință pentru reperarea punctului din întrefier, se va alege axa magnetică a bobinei.

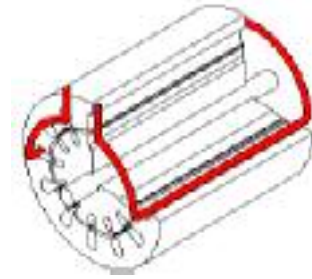


Figura 1

Răspuns >>

### Ajutor

Așa cum se arată în Anexa A.2.1, principalele ipoteze ce trebuie considerate pentru acest calcul, sunt (Figura 1):

- întrefierul poate fi considerat neted, fără luarea în considerare a creștăturilor, în care se află conductoarele;
- fierul are permeabilitatea infinită, astfel încât, intensitatea câmpului  $H$ , este nulă;
- întrefierul este mic, astfel încât liniile de câmp sunt perfect radiale și că, de-a lungul unei linii de câmp,  $B$  (și deci, de asemenea  $H$ ) are o valoare constantă;
- câmpul este heteropolar: el este orientat de la rotor spre stator pe o jumătate de periferie și în sens invers, pe cealaltă jumătate;
- nu există efecte de capăt, ceea ce înseamnă că, în întrefier, câmpul are aceeași repartiție în orice punct, al oricărui plan de secționare, perpendicular pe axa mașinii.

În aceste condiții, valoarea câmpului într-un punct din întrefier, nu depinde decât de coordonata unghiulară  $\theta$  a punctului. Este suficient să se studieze repartiția câmpului într-un plan de secționare, perpendicular pe axa mașinii.

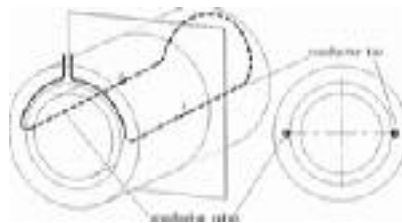


Figura 1

2. Calculați coeficienții dezvoltării Fourier ai armonicilor de spațiu ale acestui câmp și trasați spectrul.

Răspuns >>

### Ajutor

Dezvoltarea în serie Fourier a unei funcții  $F(x)$ , periodice de perioadă  $T$ , pare, este:

$$F(x) = F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \cos\left(\frac{2n\pi x}{T}\right) \quad (1)$$

în care:

$$F_0 = \frac{1}{T} \int_0^T F(x) dx$$

$$F_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(x) \cos\left(\frac{2n\pi x}{T}\right) dx$$

Valoarea absolută (modulul) lui  $F_n$  este amplitudinea armonici de rang  $n$ .

3. Efectuați același calcul pentru o bobină ce are  $N$  spire în serie, fiind deci parcurse de același curent  $I$ .

Răspuns >>

4. Se consideră o înfășurare formată din două bobine, fiecare cu  $N/2$  spire, repartizate de-a lungul unui unghi  $\alpha^\circ$  (decalate, cu unghiul  $\beta = \frac{\alpha}{2}$ ), conectate în serie, respectiv parcurse de același curent  $I$ . În figura 2 este reprezentată o astfel de înfășurare, pentru cazul  $N = 2$ .

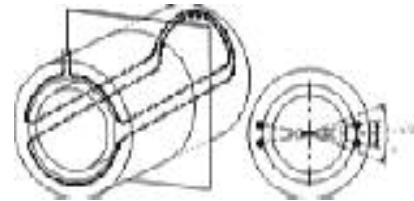


Figura 2

- a) Care este intensitatea câmpului  $H$ , produs de această înfășurare?

Răspuns >>

- b) Calculați coeficienții Fourier ai armonicilor spațiale corespunzătoare.

Răspuns >>

- c) Care este unghiul de repartizare  $\alpha$ , care permite anularea armonicii 3 a câmpului? Care este unghiul  $\alpha$ , care determină anularea armonicii 5?

Răspuns >>

5. Reluați calculele corespunzătoare întrebării anterioare, considerând acum  $m$  bobine în serie, distribuite echidistant, fiecare având  $N/m$  spire, repartizate pe un unghi  $\alpha$  (decalate deci, cu unghiul  $\beta = \frac{\alpha}{m}$ ), Figura 3.

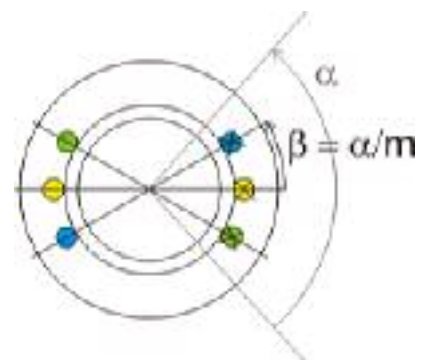


Figura 3

Răspuns >>

6. Ținând cont de rezultatele anterioare, comparați, pentru o mașină bifazată și una trifazată, ale căror înfășurări sunt repartizate pe unghiul maxim, valorile coeficienților dezvoltărilor Fourier ale diferitelor armonici ale câmpului.

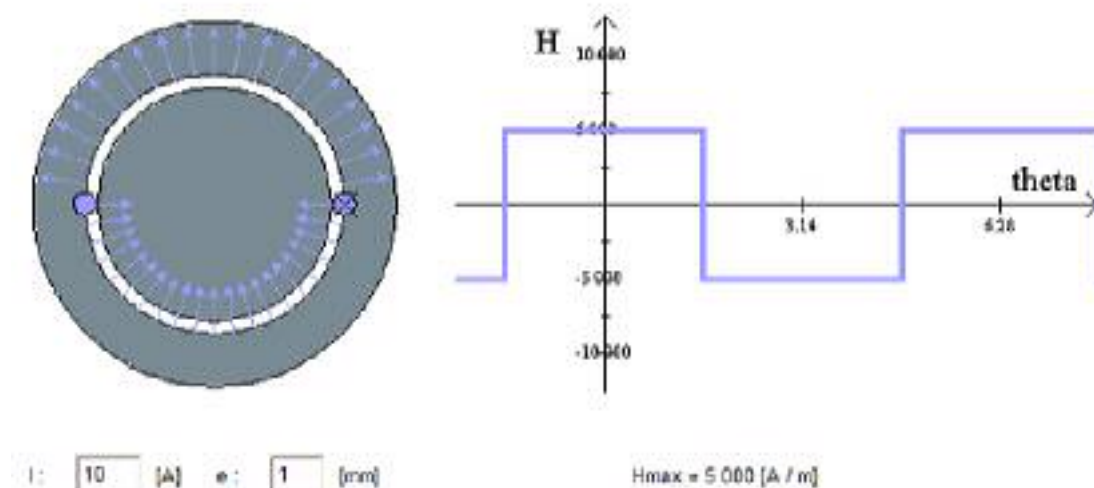
Răspuns >>

### Întrebarea 1: răspuns

Deoarece întrefierul este mic, se poate considera că, în întrefier, câmpul este perfect radial.

Pentru un curent  $I$  pozitiv, câmpul este pozitiv (este orientat dinspre rotor spre stator) pentru  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  și negativ (orientat dinspre stator spre rotor) pentru  $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ .

$$H(\theta) = \begin{cases} \frac{I}{2e} & \text{pentru } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{I}{2e} & \text{pentru } \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$



### Întrebarea 1: demonstrație

Pentru a calcula câmpul  $H$  într-un punctul  $M$  din întrefier, caracterizat de poziția unghiulară  $\theta$ , este suficient să se aplice [teorema lui Ampère](#) pe un contur  $\Gamma$ , ce traversează întrefierul în  $\theta$ , respectiv în  $\pi - \theta$  (Figura 1).

Vom avea:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (1)$$

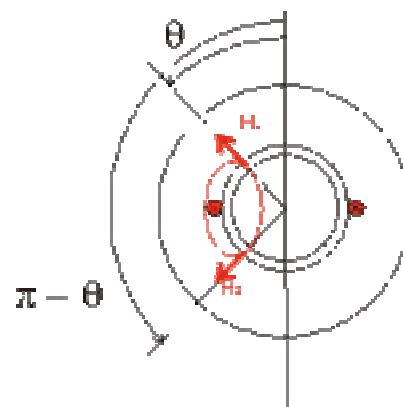


Figura 1

Deoarece se presupune că permeabilitatea fierului este infinită, câmpul  $H$  este nul în fier

(deoarece  $H = B / \mu$ ), singurele porțiuni ale conturului  $\Gamma$  care ne interesează, sunt traversările întrefierului.

Deoarece întrefierul este mic, se poate presupune că, în întrefier, câmpul este perfect radial. Pentru un curent  $I$  pozitiv, câmpul este pozitiv (este orientat de la rotor la stator) pentru  $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$  și negativ (orientat de la stator către rotor) pentru  $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ .

Ecuția (1) devine:

$$H(\theta) \cdot e - H(\pi - \theta) \cdot e = I \quad (2)$$

mi mult, din motive de simetrie, valoarea câmpului  $H$  în  $\theta$  este egal și opus celui din  $\pi - \theta$ .

$$H(\theta) = -H(\pi - \theta) \quad (3)$$

Se obține în final:

$$H(\theta) = \begin{cases} \frac{I}{2e} & \text{pentru } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{I}{2e} & \text{pentru } \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

## Întrebarea 2: răspuns

Coefficienții dezvoltării Fourier, ai armonicilor de rang par, sunt nuli. Aceste armonici nu există.

Coefficienții dezvoltării Fourier, ai armonicilor de rang impar, sunt:

$$H_{2k+1} = \frac{(-1)^k 2I}{(2k+1)\pi e}$$

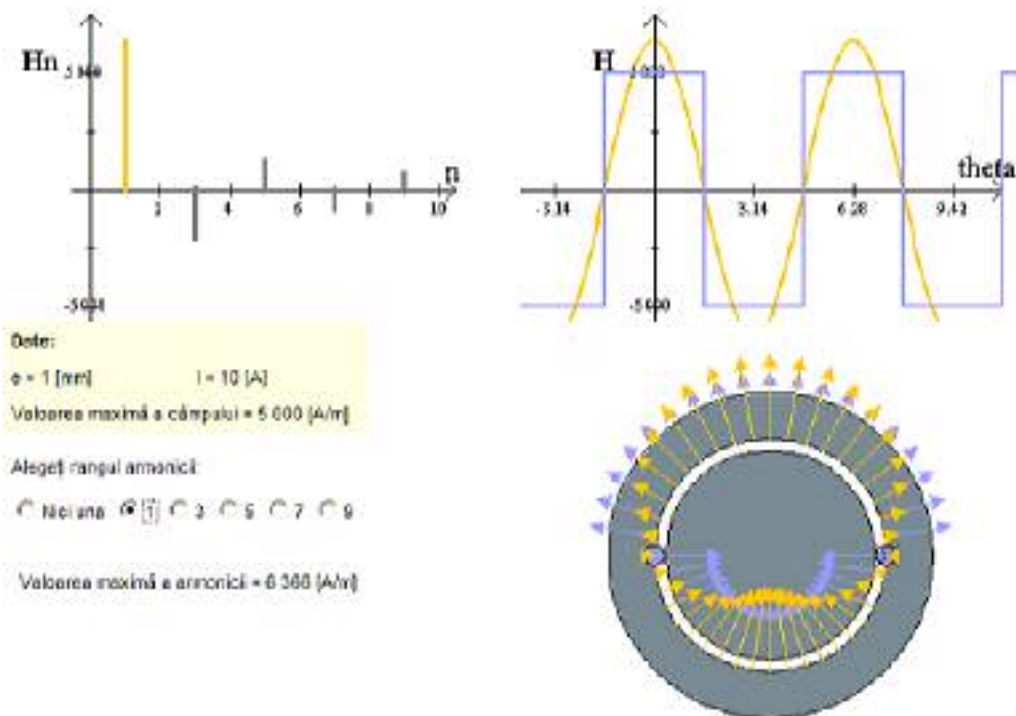


Figura 1

## Întrebarea 2: demonstrație

După cum s-a văzut **mai înainte**, câmpul  $H(\theta)$  creat de o spiră parcursă de curentul  $I$ , este o funcție pară de  $\theta$ , cu perioada  $2\pi$  (Figura 1). În aceste condiții, armonica de rang  $n$  a lui Heste  $H_n \cos(n\theta)$ , în care:

$$\begin{aligned} H_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{I}{2e} \cdot \cos(n\theta) \cdot d\theta - \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{I}{2e} \cdot \cos(n\theta) \cdot d\theta \\ &= \frac{I}{2n\pi e} \left( \left[ \sin(n\theta) \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} - \left[ \sin(n\theta) \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \right) \end{aligned}$$

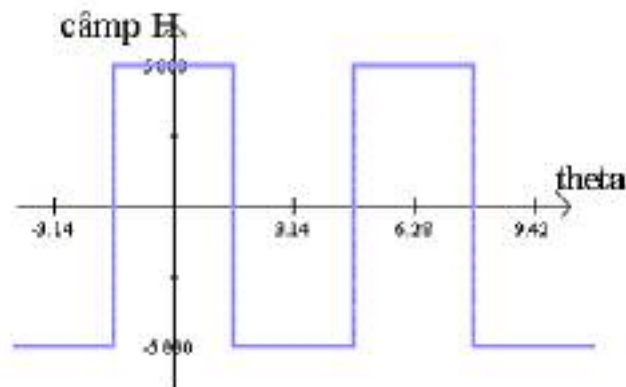


Figura 1

Apar două situații:

dacă  $n$  este par ( $n = 2k$ ):

$$H_{2k} = \frac{I}{2(2k)\pi e} \left( \underbrace{[\sin(k\pi)]}_{=0} + \underbrace{[\sin(k\pi)]}_{=0} - \underbrace{[\sin(3k\pi)]}_{=0} - \underbrace{[\sin(k\pi)]}_{=0} \right) = 0$$

**Coefficienții Fourier ai armonicilor (amplitudinile) de rang par sunt nule. Aceste armonici nu există.**

dacă  $n$  este impar ( $n = 2k + 1$ ):

$$H_{2k+1} = \frac{I}{2(2k+1)\pi e} \left[ 3 \cdot \sin\left(\frac{(2k+1)\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{3(2k+1)\pi}{2}\right) \right]$$

**Coefficienții Fourier ai armonicilor (amplitudinile) de rang impar sunt:**

$$H_{2k+1} = \frac{(-1)^k 2I}{(2k+1)\pi e}$$

Rezultă:

$$H(\theta) = \frac{2I}{\pi e} \left[ \cos\theta - \frac{\cos 3\theta}{3} + \frac{\cos 5\theta}{5} - \frac{\cos 7\theta}{7} + \frac{\cos 9\theta}{9} - \dots \right]$$

### Întrebarea 3: răspuns

Se va proceda în mod similar ca și mai înainte, atât pentru [calculul câmpului  \$H\$](#) , cât și pentru [calculul armonicilor spațiale ale acestuia](#), prin simpla înlocuire a lui  $I$  cu  $NI$ . Rezultă:

$$H(\theta) = \begin{cases} \frac{NI}{2e} & \text{pentru } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{NI}{2e} & \text{pentru } \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

Spectrul armonic al câmpului  $H$  nu conține armonici de ordin par. Armonicile de ordin impar au amplitudinile:

$$H_{2k+1} = \frac{(-1)^k 2NI}{(2k+1)\pi e}$$

### Întrebarea 3: verificare

Se poate compara pertința ipotezelor considerate pentru calculul teoretic, prin compararea rezultatelor astfel obținute (Figura 1), cu cele furnizate de modelarea cu elemente finite.

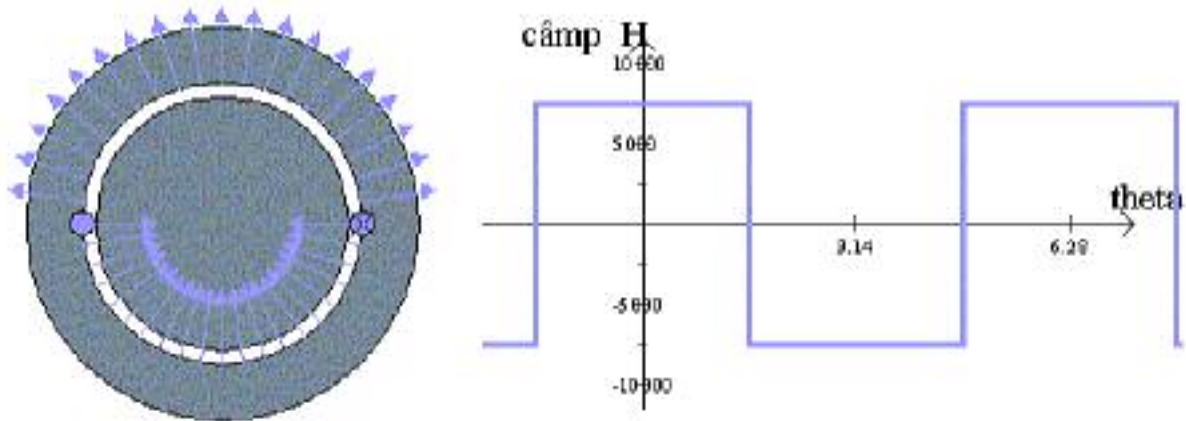


Figura 1: Rezultatul calculului teoretic

Această tehnică de calcul permite rezolvarea numerică a ecuațiilor locale ale câmpului din mașină. Ea se bazează pe discretizarea spațiului și integrarea numerică a ecuațiilor lui Maxwell.

Notă: Figurile 2 până la 6 au fost obținute cu ajutorul programului FLUX2D, dezvoltat de firma [Cedrat](#).

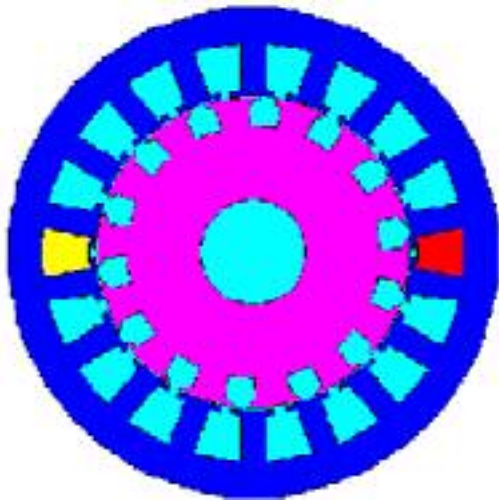


Figura 2: Secțiune prin mașina studiată

Se va considera mașina, ce are secțiunea transversală reprezentată în figura 2. Suprafețele în albastru și magenta corespund miezului statorului, respectiv rotorului. Acesta este realizat din tole din material feromagnetic, a cărui permeabilitate relativă este mare, atât timp cât nu se atinge nivelul de saturație. Zonele reprezentate cu bleu, corespund unor porțiuni ale spațiului, care din punct de vedere magnetic, au aceleași proprietăți ca și aerul. Ele pot corespunde, fie într-adevăr aerului (cum ar fi întrefierul), fie unor conductoare de cupru prin care nu circulă curent (cazul creștăturilor din rotor și ale majorității celor din stator), fie axului motorului (pe care îl presupunem realizat din oțel nemagnetic). În sfârșit, cele două suprafețe, în roșu și galben, reprezintă două creștături, ce conțin conductoare parcurse de curent.

Nu vom considera în acest studiu, fiecare conductor, cu secțiunea și poziția lui exactă (pe care, de altfel ar fi imposibil de determinat, ținând cont de faptul că reprezintă un mănunchi), ci vom considera cele două creștături ca fiind zone ce conțin un material, ale cărui proprietăți magnetice sunt apropiate de cele ale aerului și parcurse de un curent, care determină densitatea de curent  $j$  constantă și egală cu  $\frac{NI}{S}$ , în care  $N$  este numărul spirelor bobinei,  $I$  este curentul care circulă,  $S$  suprafața creștăturii, iar  $k$  coeficientul de umplere, care reprezintă raportul dintre aria totală a conductoarelor și cea a creștăturii ( $k = \frac{N\sigma_c}{S}$ , dacă notăm cu  $\sigma_c$ , secțiunea unui conductor).

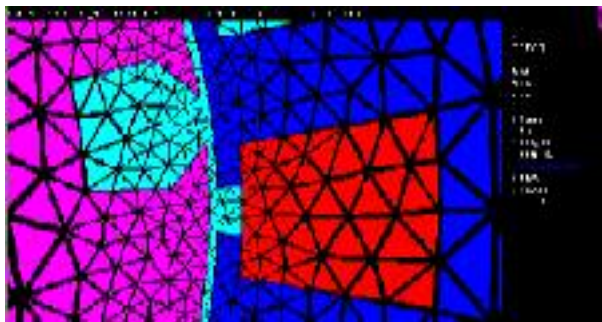


Figura 3: Divizarea în apropierea întrefierului

Suprafața studiată este divizată în aproximativ 6000 de elemente, a căror formă este cât mai apropiată de un triunghi echilateral, pentru a avea o bună divizare a spațiului. Divizarea este mai fină în apropierea întrefierului (figura 3) și mai largă în rest (zona axului sau partea exterioară a statorului, de exemplu), pentru a limita numărul de elemente. Acestor elemente le sunt asociate aproximativ 12000 de puncte (noduri), care corespund, fie vârfurilor triunghiurilor, fie mijloacelor laturilor. În fiecare din aceste puncte se va calcula potențialul vector  $\vec{A}$  (definit de  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ ). Acesta, pentru o problemă bi-dimensională, ca cea de față, nu are decât o componentă nenulă  $A_z$ , perpendiculară pe planul figurii.



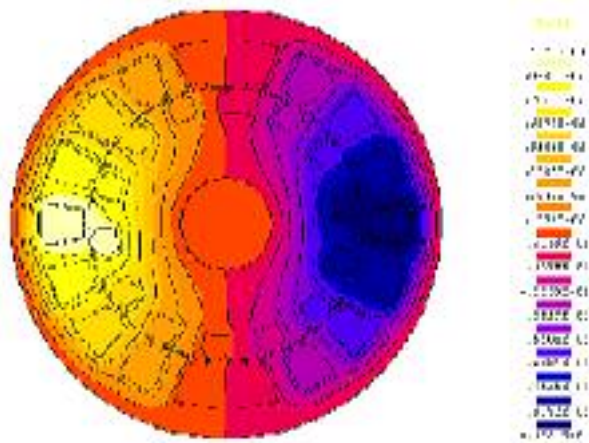


Figura 4: Valorile potențialului vector

În figura 4 este reprezentată valoarea acestui potențial în toate punctele secțiunii mașinii. Se observă că acesta este negativ în jurul creștăturii ce conține conductoarele parcurse de curent în sensul "spre planul figurii" și pozitiv pentru cealaltă creștătură. Liniile echipotențiale ale potențialului vector corespund traiectoriilor fluxului magnetic. Se observă că fluxul, înconjoară cele două creștături.

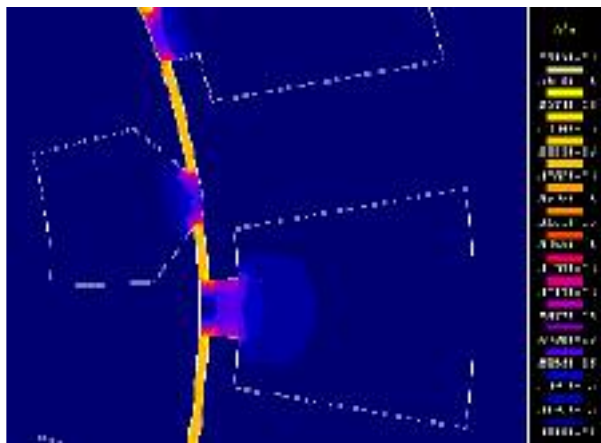


Figura 5: Valoarea câmpului  $H$

Dacă se urmăresc acum valorile câmpului  $H$ , se observă în figura 5, că valoarea sa este cvazi-nulă peste tot, mai puțin în întrefier.

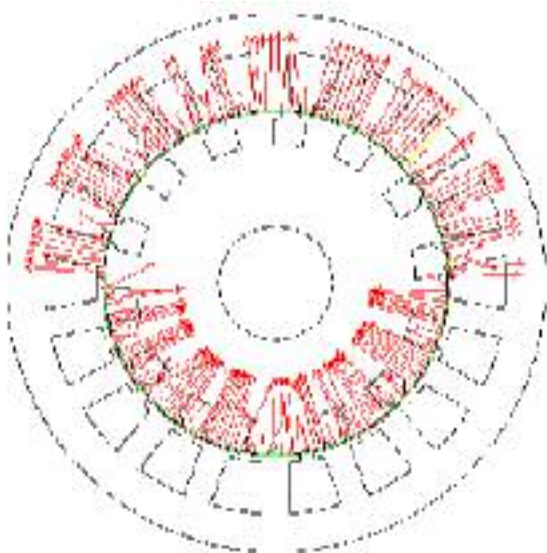
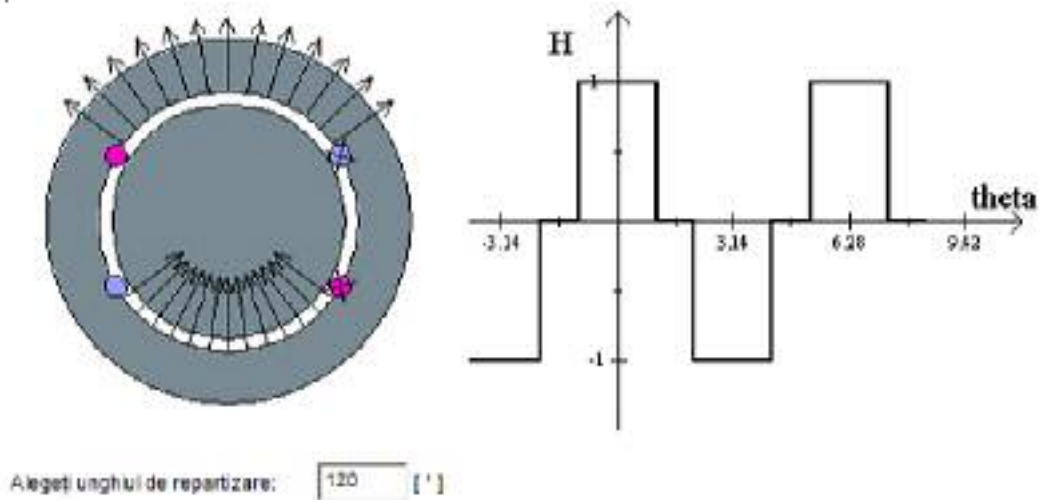


Figura 6: Reprezentarea vectorului  $H$  în întrefier

## Întrebarea 4: răspuns

### Întrebarea 4.a:



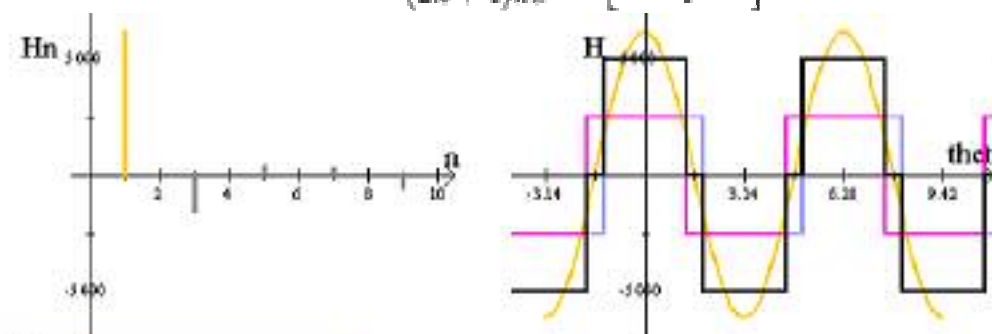
Animația 1

### Întrebarea 4.b:

Coeficienții dezvoltării Fourier, ai amonicilor de rang par, sunt nuli.

Coeficienții dezvoltării Fourier, ai amonicilor de rang impar, sunt:

$$H_{2k+1} = \frac{(-1)^k 2NI}{(2k+1)\pi c} \cos\left[\frac{(2k+1)\alpha}{4}\right]$$



Date:

$c = 1$  [mm]       $I = 10$  [A]

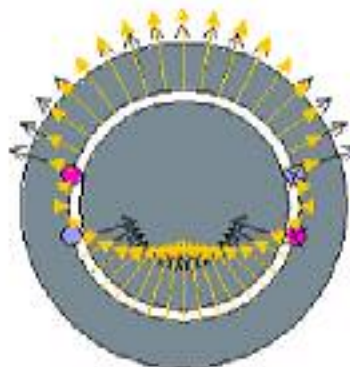
Valoarea maximă a câmpului = 5 000 [A/m]

Alegeti rangul armoniei:

Nici una  1  3  5  7  9

Alegeti unghiul de repartizare:  [°]

Valoarea maximă a armoniei = 6 149 [A/m]



Animația 2

#### Întrebarea 4.c:

- Anularea armonicii de rang 3:  $H_3$  se anulează pentru

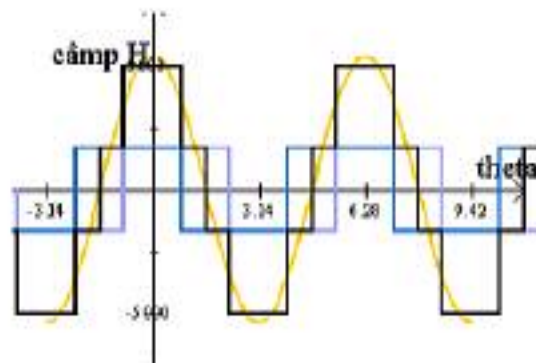
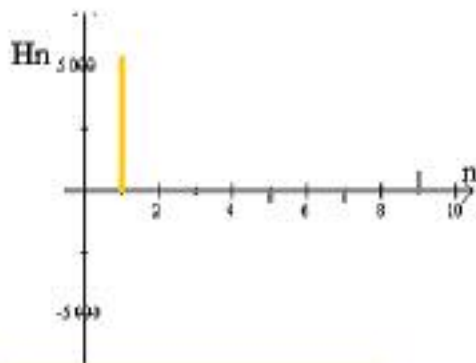
$$\cos \frac{3\alpha}{4} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3} \text{ respectiv } \alpha = 120^\circ$$

- Anularea armonicii de rang 5:  $H_5$  se anulează pentru

$$\cos \frac{5\alpha}{4} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{5} \text{ respectiv } \alpha = 72^\circ$$

#### Întrebarea 5: răspuns

Se vor însuma câmpurile  $H$  produse de fiecare din cele  $m$  bobine.



Date:

$e = 1$  [mm]       $I = 10$  [A]

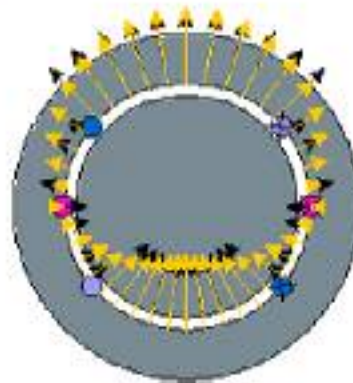
Valoarea maximă a câmpului = 5.000 [A/m]

Alegeți rangul armonicii:

Nici una    1    3    5    7    9

Alegeți unghiul de repartizare:  [°]

Valoarea maximă a armonicii = 5.373 [A/m]



Câmpul rezultat  $H$  este tot o funcție pară.

#### Întrebarea 5: demonstrație

## 1. Calculul câmpului

Se vor însuma câmpurile create de fiecare din cele  $m$  bobine.

Câmpul  $H$  este o funcție pară.

## 2. Calculul armonicilor spațiale

Pentru a calcula armonicile spațiale, se vor însuma armonicile de același rang, ale câmpurilor create de fiecare dintre înfășurări.

Deoarece câmpul  $H$  este o funcție pară, expresia generală a armonicilor spațiale de rang  $n$ , a câmpului creat de cele  $m$  bobine este:

$$H_m \cdot \cos(n\theta) = \sum_{i=1}^m H_{i,m} \cdot \cos \left[ \theta + \left( i - \frac{m+1}{2} \right) \frac{\alpha}{m} \right] \quad (1)$$

pentru  $\forall i$ :

$$H_{i,n} = \begin{cases} 0 & \text{pentru } n \text{ par} \\ \frac{H_{c,2k+1}}{m} & \text{pentru } n = 2k + 1 \text{ impar} \end{cases}$$

în care:

$$H_{c,2k+1} = \frac{(-1)^k 2NF}{(2k+1)\pi e}$$

este coeficientul armonicilor de rang  $2k+1$ , a câmpului pe care cele  $N$  spire le-ar fi creat dacă ele ar fi fost concentrate în două creștături diametral opuse.

### Construirea geometrică a coeficientului $H_n$

Construcția geometrică ce permite determinarea coeficienților  $H_n$  ai armonicilor impare, este similară celei utilizate în cazul în a două bobine. Ea se bazează, de asemenea, pe valoarea obținută prin expresia (1), calculată pentru  $\theta = 0$ .

Selectați rangul armonicilor:

1  3  5  7  9

Alegeți unghiul de repartizare:  [°]



Armonicile  $H_n$  de rang impar, se pot exprima:

$$H_{2k+1} = \frac{H_{c,2k+1}}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \cos \left( i - \frac{m+1}{2} \right) \frac{(2k+1)\alpha}{m} \quad (2)$$

În cazul particular  $m=3$ , există relația:

$$H_{2k+1} = \frac{H_{c,2k+1}}{3} \left[ 2 \cos \frac{(2k+1)\alpha}{3} + 1 \right]$$

$H_3$  se anulează pentru:  $\cos \frac{3k}{3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}$  ( $\alpha = 120^\circ$ )

$H_5$  se anulează pentru:  $\cos \frac{5k}{3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{5}$  ( $\alpha = 72^\circ$ )

În cazul particular  $m=4$ , există relația:

$$H_{2k+1} = \frac{H_{c,2k+1}}{5} \left( 2 \cos \left[ \frac{3(2k+1)\alpha}{8} \right] + 2 \cos \left[ \frac{(2k+1)\alpha}{8} \right] \right)$$

Se verifică, o dată în plus, că amonica de rang 3 se anulează pentru  $\alpha = 120^\circ$ , în timp ce amonica de rang 5 se anulează pentru  $\alpha = 72^\circ$ .

Este de așteptat ca acest rezultat să se obțină pentru un număr  $m$  oarecare de bobine. Suma (2) poate fi evaluată din considerente geometrice.

$H_{2k+1}$  este reprezentat în figura 1, prin vectorul  $\overrightarrow{D_0 D_m}$ , ce este suma vectorilor  $\overrightarrow{D_0 D_1}, \overrightarrow{D_1 D_2}, \dots, \overrightarrow{D_{m-1} D_m}$ ,

imediat rezultă modulul

$$|H_{i,2k+1}| = \frac{|H_{c,2k+1}|}{m}$$

defazajul unuia față de altul este de  $n \cdot \beta = \frac{n \cdot \alpha}{m}$ .

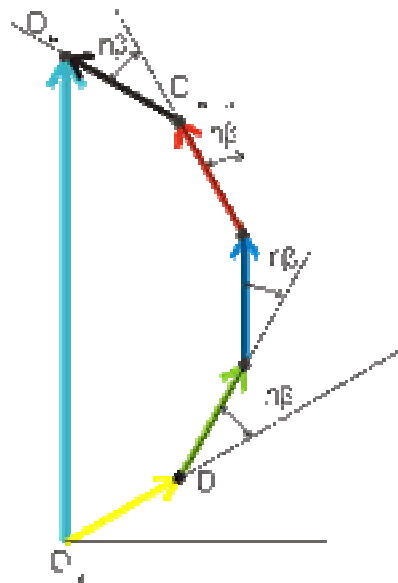


Figura 1

Punctele  $D_0$  până la  $D_m$  se află pe un cerc cu centrul  $O$ , de rază  $OD_0$  (figura 2). Punctele  $O, D_{i-1}, D_i, i = 1, 2, \dots, m$  formează un triunghi isoscel, cu unghiul la bază  $\gamma$  și  $\delta$  în vârf. Se poate arăta (figura 2) că  $2\gamma + n\beta = \pi$ .

Deoarece suma unghiurilor triunghiului este  $\pi$ , rezultă  $2\gamma + \delta = \pi$ , rezultă în final  $\delta = n\beta$ .

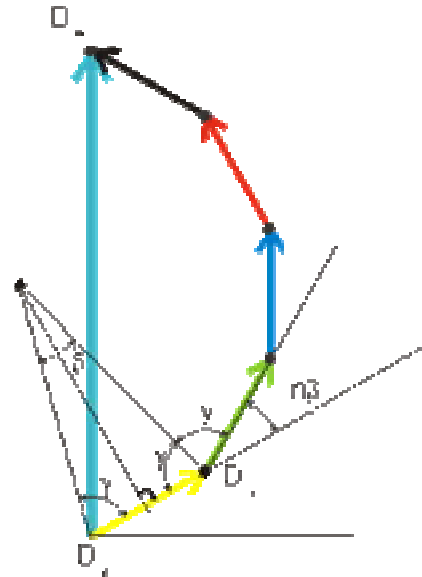


Figura 2

Lungimea razei  $OD_0$  este dată de (figura 3):

$$OD_0 \cdot \sin \frac{n \cdot \beta}{2} = \frac{H_{i,2k+1}}{2}$$

iar valoarea coardei  $D_0D_m$  de:

$$D_0D_m = 2 \left( OD_0 \cdot \sin \frac{n \cdot m \cdot \beta}{2} \right)$$

Rezultă în final:

$$H_{2k+1} = H_{c,2k+1} \left( \frac{\sin \frac{n \cdot m \cdot \beta}{2}}{m \sin \frac{n \cdot \beta}{2}} \right)$$

sau, în funcție de unghiul  $\alpha$  de repartizare:

$$H_{2k+1} = H_{c,2k+1} \left( \frac{\sin \frac{n \cdot \alpha}{2}}{m \sin \frac{n \cdot \alpha}{2m}} \right)$$

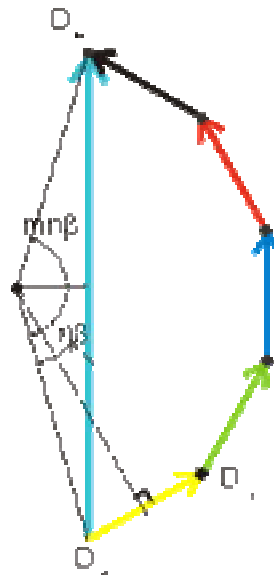


Figura 3

De asemenea, se verifică, pentru  $\forall m$ , că armonica de rang 3 se anulează pentru  $\sin \frac{3\alpha}{2} = 0$ , respectiv  $\alpha = 120^\circ$ , în vreme ce cea de rang 5 se anulează pentru  $\alpha = 72^\circ$

## Întrebarea 5: verificare

Deoarece tot calculul a fost realizat considerând bobine concentrate în **una** sau **două** perechi de creștături, rezultatele obținute pot fi verificate cu ajutorul modelării cu elemente finite.

Note : Figurile 1, 2, 4, și 5 au fost obținute cu ajutorul programului FLUX2D, dezvoltat de firma **Cedrat**.

### 1. Cazul $m=3$

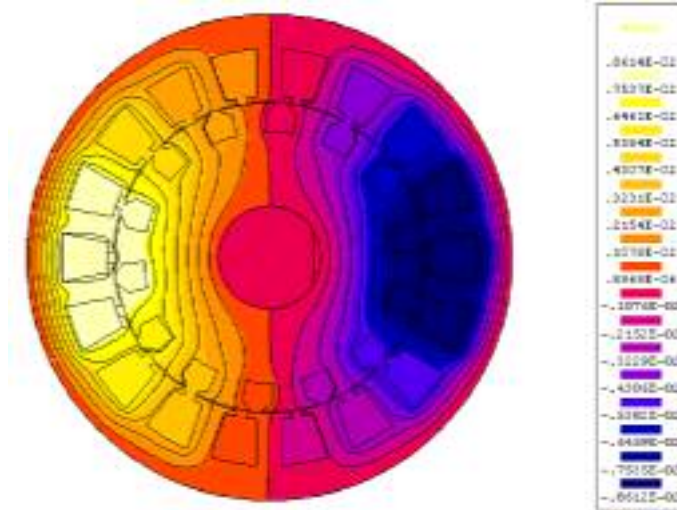


Figura 1: Valorile potențialului vector

În figura 1 este reprezentată valoarea potențialului vector  $\vec{A}$  (definit ca  $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$ ), în toate punctele dintr-o secțiune a mașinii. Se observă că liniile echipotențiale, ce corespund traiectoriilor fluxului magnetic, înconjoară cele două grupuri de câte trei creștături ce conțin conductoarele.

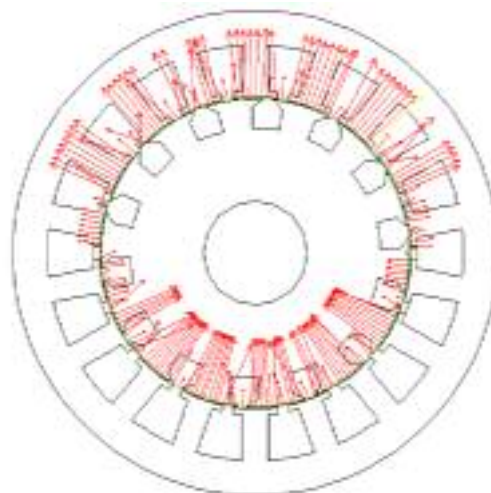


Figura 2: Reprezentarea vectorului  $H$  în întrefier

Vectorii reprezentativi ai câmpului  $H$  în întrefier (figura 2), au, cu excepția zonelor din apropierea creștăturilor, alura foarte apropiată de cea estimată prin calcul teoretic (figura 3). În toate punctele întrefierului aflate între creștături ce conțin conductoare parcurse de curenți de sens opus, câmpul are o valoare constantă (pozitivă sau negativă). Între creștăturile parcurse de curenți de același sens, această valoare este mai redusă, cu două treimi față de prima.



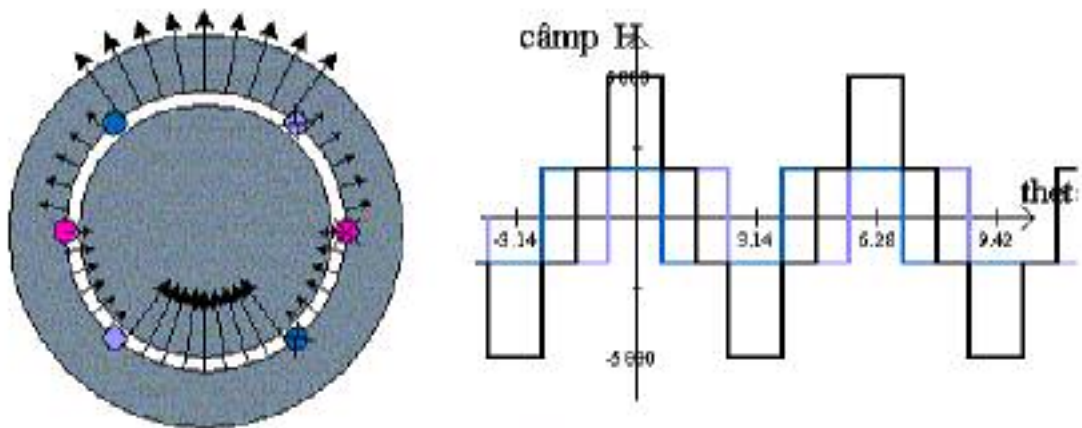


Figura 3: Rezultatul calculului teoretic

## 2. Cazul $m=4$

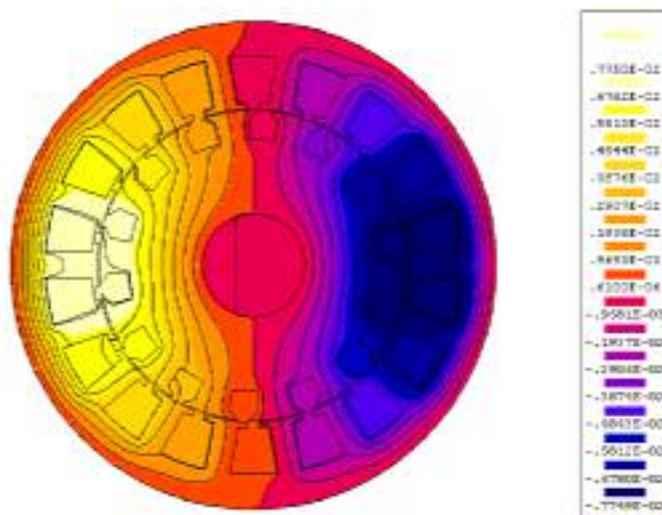


Figura 4: Valorile potențialului vector

În figura 4 este reprezentată valoarea potențialului vector  $\vec{A}$  (definit ca  $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$ ), în toate punctele dintr-o secțiune a mașinii. Se observă că liniile echipotențiale, ce corespund traiectoriilor fluxului magnetic, înconjoară cele două grupuri de câte patru creștături ce conțin conductoarele.



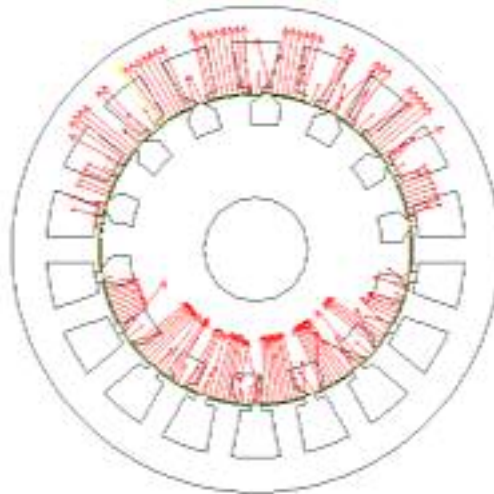


Figura 5: Reprezentarea vectorului  $H$  în întrefier

Vectorii reprezentativi ai câmpului  $H$  în întrefier (figura 5), au, cu excepția zonelor din apropierea creștăturilor, alura foarte apropiată de cea estimată prin calcul teoretic (figura 6). În toate punctele întrefierului aflate între creștături ce conțin conductoare parcurse de curenți de sens opus, câmpul are o valoare constantă (pozitivă sau negativă). Între creștăturile parcurse de curenți de același sens, această valoare este redusă la jumătate, apoi este nulă și din nou la jumătate, dar de semn schimbat.

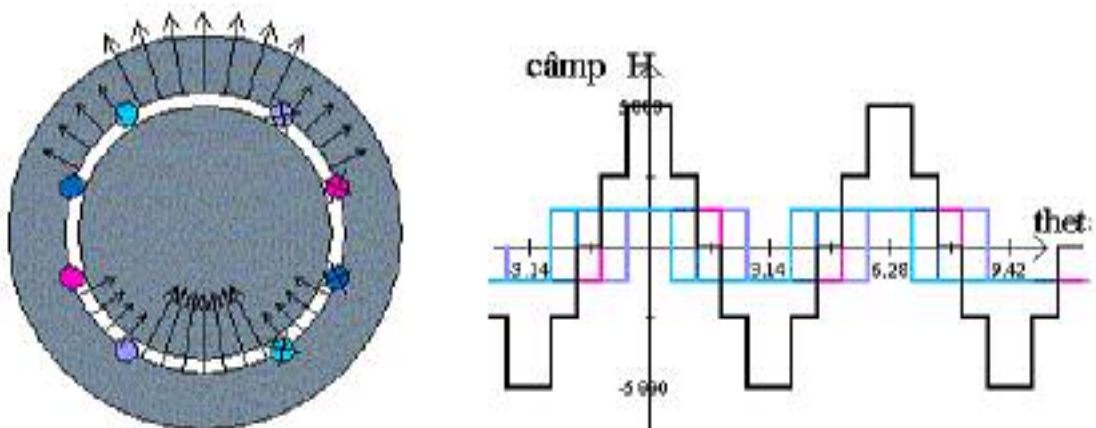


Figura 6: Rezultatul calculului teoretic

**Întrebarea 6: răspuns**

Pentru o mașină bifazată, ce are două înfășurări a-a' și b-b', unghiul maxim de repartizare este de  $90^\circ$  <sup>1</sup>

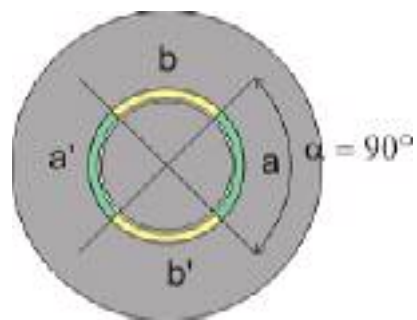


Figura 1

Pentru acest unghi de repartizare, armonica 3 poate fi redusă la 13,9% din amplitudinea componentei fundamentale a câmpului, pentru un bobinaj repartizat în două creștături <sup>2</sup> și tinde către 11,1% când  $m$  tinde la infinit.

Armonica 5 are ponderea între 8,3% (pentru  $m = 2$ ) și 4,0% (pentru  $m \rightarrow \infty$ ) din fundamentală <sup>3</sup>.

Prețul plătit pentru această reducere a conținutului de armonici este o reducere de la 7,6% (pentru  $m = 2$ ) până la 10,0% (pentru  $m \rightarrow \infty$ ) a componentei fundamentale a câmpului.

Tabel cu amplitudinile relative ale armonicilor, pentru  $\alpha=90^\circ$

		Rangul armonicii							
		1	3	5	7	9	11	13	
Numărul de creștături	1	100,0%	33,3%	20,0%	14,3%	11,1%	9,1%	7,7%	
	2	92,4%	12,8%	7,7%	13,2%	10,3%	3,5%	2,9%	
	3	91,1%	11,1%	4,9%	3,5%	3,7%	8,3%	7,0%	
	4	90,6%	10,6%	4,3%	2,6%	2,0%	1,9%	2,4%	
	5	90,4%	10,4%	4,0%	2,3%	1,6%	1,3%	1,2%	
	6	90,3%	10,3%	3,9%	2,1%	1,4%	1,1%	0,9%	
	7	90,2%	10,2%	3,8%	2,0%	1,3%	1,0%	0,8%	
	( $\infty$ )	90,0%	10,0%	3,6%	1,8%	1,1%	0,7%	0,5%	

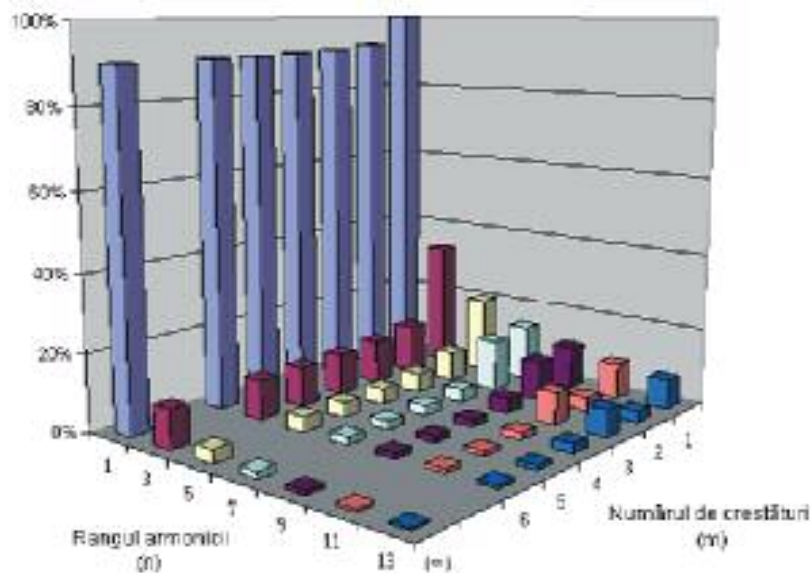


Figura 2

Pentru o mașină trifazată, ce are trei înfășurări a - a', b - b' și c - c', unghiul maxim de repartizare este de 60° (figura 3).

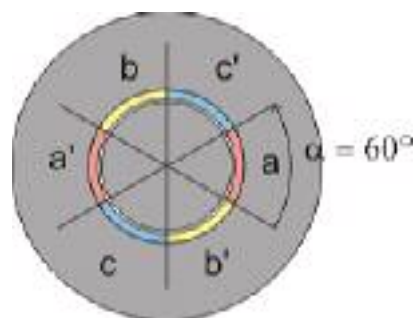


Figura 3

Pentru acest unghi de repartizare, armonica 3 este clar superioară cazului anterior, fiind cuprinsă între 24,4% (pentru  $m = 2$ ) și 22,2% (pentru  $m \rightarrow \infty$ ) din amplitudinea componentei fundamentale a câmpului. Totuși, această componentă nu are nici o influență. Aceasta deoarece, dacă aceste înfășurări sunt alimentate cu un sistem trifazat de curenți (pentru care suma curenților de fază  $i_1$ ,  $i_2$  și  $i_3$  este nulă), se arată că amonica de rang 3 a sumei câmpurilor create de cele trei înfășurări ale mașinii, este nulă:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 H_{3,j} &= -\frac{2N}{3\pi e'} \sum_{j=1}^3 i_j \cdot \cos 3 \left( \theta - \frac{2(j-1)\pi}{3} \right) \\ &= -\frac{2N}{3\pi e'} \cdot \cos 3\theta \cdot \sum_{j=1}^3 i_j \\ &= 0 \end{aligned}$$

Armonica 5 este mai redusă, fiind cuprinsă între 5,4% (pentru  $m = 2$ ) și 4,0% (pentru  $m \rightarrow \infty$ ) din fundamentală. Aceasta este prima armonică semnificativă și este, chiar și pentru un bobinaj puțin repartizat ( $m=2$ ), de 2,6 ori mai mică decât prima componentă armonică semnificativă a unei mașini bifazate.

Se poate arăta că, toate componentele armonice semnificative, sunt mai mici decât armonica de rang 5. Se obține astfel că  $H_7$  și mai mari, reprezintă cel mult 3,8% din componenta fundamentală (pentru  $m = 2$ ).

În final, se observă că această reducere a conținutului de armonici se obține cu prețul reducerii cu doar 3,4% (pentru  $m = 2$ ) până la 4,5% (pentru  $m \rightarrow \infty$ ) din componenta fundamentală a câmpului.

**Tabel cu amplitudinile relative ale armonicilor, pentru  $\alpha=60^\circ$**

		Rangul armonicilor						
		1	3	5	7	9	11	13
Numărul de creștături	1	100,0%	33,3%	20,0%	14,3%	11,1%	9,1%	7,7%
	2	96,6%	23,6%	5,2%	3,7%	7,9%	8,8%	7,4%
	3	96,0%	22,2%	4,4%	2,5%	3,7%	1,6%	1,7%
	4	95,8%	21,8%	4,1%	2,3%	3,0%	1,1%	1,0%
	5	95,7%	21,6%	4,0%	2,1%	2,7%	1,0%	0,8%

	6	95,6%	21,5%	3,9%	2,1%	2,6%	0,9%	0,7%
	7	95,6%	21,4%	3,9%	2,0%	2,5%	0,9%	0,7%
	( $\infty$ )	95,5%	21,2%	3,8%	1,9%	2,4%	0,8%	0,6%

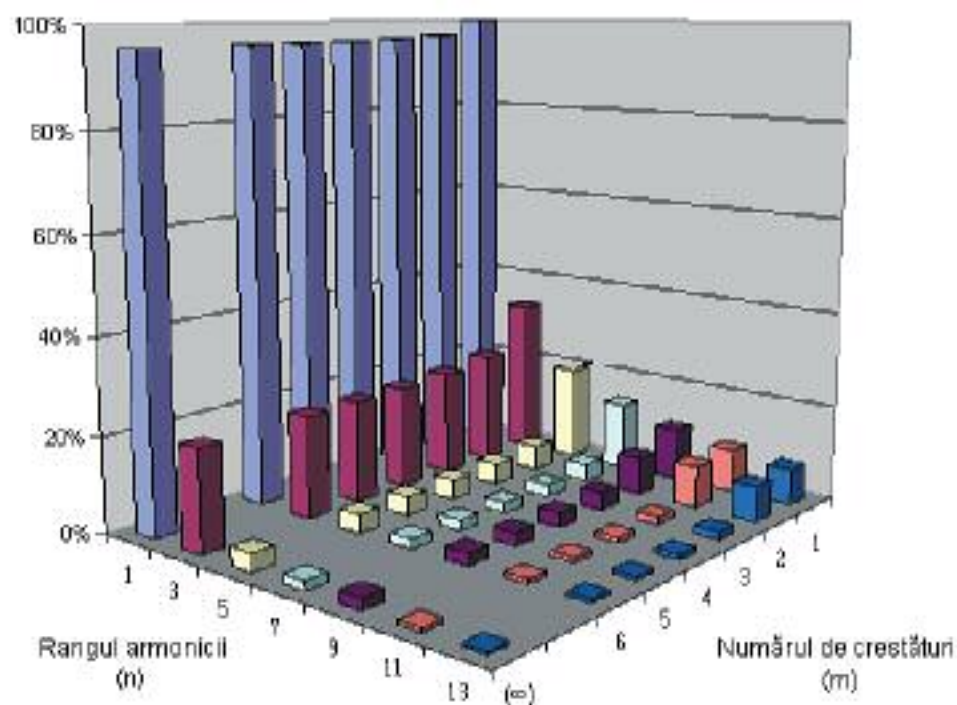


Figura 4

**Note:**

<sup>1</sup> peste această valoare, trebuie plasate, în aceleași crestături, conductoare aparținând la două înfășurări diferite și deci, aflate la potențiale foarte diferite, ceea ce implică o izolație mai bună, reducându-se astfel densitatea de curent maximă din crestături și, în consecință, câmpul maxim.

<sup>2</sup> în loc de 33,3% pentru o înfășurare concentrată.

<sup>3</sup> în loc de 20,0% pentru o înfășurare concentrată.