

## Exerciții rezolvate

**Tematica:** *Energii regenerabile*

→ **Capitol:** *Filiera eoliană*

→ **Secțiunea:** *Noțiuni generale*

**Tip resursă:**    *Expunere*       *Laborator virtual / Exercițiu*       *CVR*

În această parte, vă invităm să vă testați cunoștințele. Pentru aceasta, vă propunem șase exerciții cu grad diferit de dificultate:

Exercițiul 1: Lungimea unei pale

Exercițiul 2: Viteza de rotație și puterea electrică a unei eoliene

Exercițiul 3: Studiul generatorului asincron al unei eoliene

Exercițiul 4: Identificarea limitei lui Betz - Probleme de curs

Exercițiul 5: Parametrii unei eoliene cu viteză fixă, de 300 kW

Exercițiul 6: Cuplul mecanic

- cunoștințe anterioare necesare: nu există
- nivel: fără restricții
- durata estimată: 1h
- autori: Diane Brizon, Nathalie Schild, Aymeric Anselm, Mehdi Nasser
- realizare: Diane Brizon, Nathalie Schild
- traducere: [Sergiu Ivanov](#)

## Exercițiul 1: Lungimea unei pale

### Întrebare

Se dorește dimensionarea palelor unei eoliene cu viteză fixă, pentru obținerea unei puteri mecanice de 750 kW, la o viteză a vântului de 13,8 m/s. Se consideră un coeficient de putere  $C_p$  egal cu 0,2. Care va fi lungimea palei, sau raza de baleiere a turbinei eoliene?

### Ajutor

Se va utiliza relația prezentată în cadrul cursului:

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho S V^3}$$

### Răspuns

Pomind de la relația coeficientului de putere  $C_p$  prezentată în cadrul cursului:

$$S = \frac{2 P}{C_p \rho V^3}$$

$$\text{Cu: } P = 750 \times 10^3 \text{ W}$$

$$\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$$

$$V = 13,8 \text{ m/s}$$

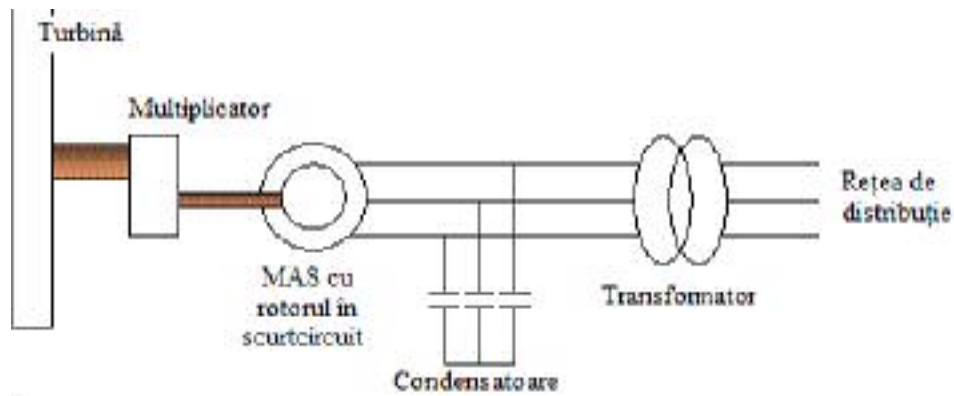
$$C_p = 0,2$$

$$\text{A N S} = \frac{2 \cdot 750 \cdot 10^3}{1,25 \cdot 0,2 \cdot 13,8^3} = 2239,5 \text{ m}^2$$

$$R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 26,7 \text{ m} \quad \text{sau: } R = 27 \text{ m}$$

## Exercițiul 2: Viteza de rotație și puterea electrică a unei eoliene

Se consideră instalația din figura următoare:



Turbina eoliană antrenează generatorul asincron (MAS) cu rotorul în scurtcircuit, care debitează în rețeaua de distribuție.

Se dau:

Densitatea aerului:  $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$

Raza palelor:  $R = 45 \text{ m}$

Raportul de transmisie al multiplicatorului:  $k = 70$

Numărul de perechi de poli ai MAS:  $p = 2$

Frecvența rețelei:  $f = 50 \text{ Hz}$

### Întrebarea 1

Calculați pentru alunecarea  $s$  de  $-1\%$ :

- Viteza rotorului generatorului asincron  $\Omega_r$  în rad/s, și turația  $N$  în rot/min.

- Viteza arborelui primar al eolienei  $\Omega_p$  în rad/s, și turația  $N_p$  în rot/min.

### Ajutor

- Amintiți-vă expresia alunecării unui motor asincron:

$$s = \frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega_0}$$

- Utilizați raportul de transmisie al multiplicatorului

### Răspuns 1

$$\Omega_0 = \frac{N_0 2\pi}{60} = \frac{1500 2\pi}{60} = 157 \text{ rad/s}$$

$$\Omega = (1 - s) \Omega_0 = (1 - 0,01) \cdot 157 = 155 \text{ rad/s}$$

$$N = \frac{155 \cdot 60}{2\pi} = 1484 \text{ rot/min}$$

$$N_L = \frac{N}{k} = \frac{1484}{70} = 21 \text{ rot/min}$$

$$\Omega_L = \frac{\Omega}{k} = \frac{155}{70} = 2,2 \text{ rad/s}$$

## Întrebarea 2

Se presupune că viteza vântului este constantă și egală cu 10 m/s. Valoarea maximă a coeficientului de putere  $C_p$  real este 0,4. Calculați pentru aceeași alunecare de la întrebarea 1, viteza specifică și puterea electrică maximă  $P_e$  furnizată în rețea de către eoliană. Se va considera randamentul multiplicatorului de 97 %, iar a generatorului de 96 %.

### Ajutor

Găsiți în curs expresia vitezei specifice și a puterii furnizate în rețea.

### Răspuns 2

$C_p \text{ max} = 0,4$  din cauza limitei lui Betz, pentru o eoliană de putere reală.

$\omega_r = 2,2 \text{ rad/sec}$  (rezultatul întrebării 1)

$$\lambda = \frac{R \omega_r}{v} = \frac{45 \cdot 2,2}{10} = 9,9$$

Puterea mecanică la ieșirea turbinei este:

$$P_m = C_p \cdot 0,5 \rho \cdot S \cdot V^3 = 0,4 \cdot 0,5 \cdot 1,25 \cdot (\pi \cdot 45^2) \cdot 10^3 = 1,6 \text{ M W}$$

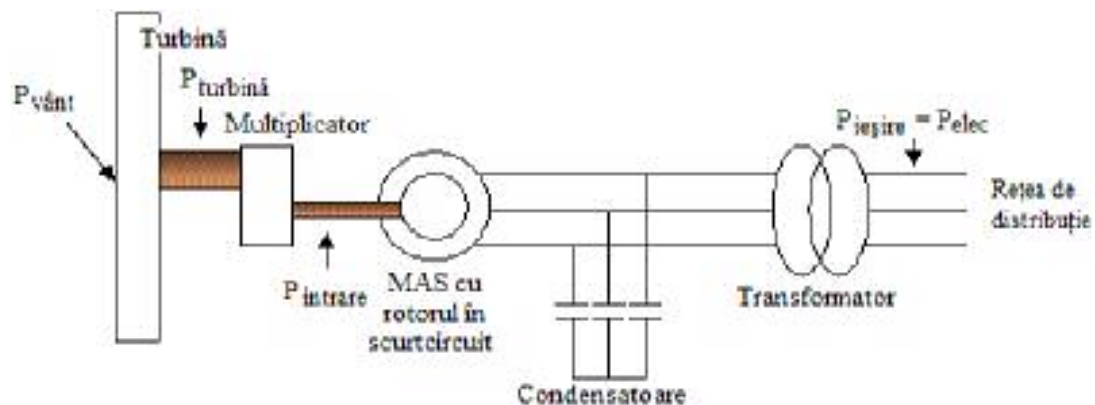
Puterea electrică la ieșirea generatorului este:

$$P_e = P_m \cdot \eta_{\text{multiplicator}} \cdot \eta_{\text{generator}} = 1,6 \cdot 10^6 \cdot 0,97 \cdot 0,96 = 1,5 \text{ M W}$$

### Exercițiul 3: Studiul generatorului asincron al unei eoliene

Eolienele transformă energia mecanică a vântului în energie electrică. Vă propunem să studiați generatorul asincron al unei eoliene instalate într-o fermă eoliană cu puterea totală de 7,5 MW. Eolienele funcționează cu viteză fixă, generatorul fiind conectat la rețea. Se vor determina puterea, viteza de rotație a arborelui generatorului, schema echivalentă a generatorului. Eolienele conțin și multiplicatoare.

Schema de principiu este cea din figura de mai jos:



Se consideră cunoscute următoarele date:

$V = 15 \text{ m/s}$ , viteza nominală a vântului, presupusă constantă

$N = 32,8 \text{ rot/min}$ , viteza nominală a turbinei eoliene

$\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ , densitatea aerului

$C_p = 0,27$ , coeficientul de putere sau aerodinamic al turbinei eoliene

$R = 21,7 \text{ m}$ , raza palelor turbinei eoliene

#### Întrebarea 1

Calculați puterea electrică la ieșirea generatorului  $P_{elec}$  și viteza de rotație a arborelui generatorului, știind că multiplicatorul are raportul de transmisie de 46,48 și randamentul de 96%, iar turbina eoliană se rotește cu 32,5 rot/min. Se neglijează pierderile generatorului.

#### Ajutor

Vezi noțiunile din curs referitoare la calculul puterilor.

#### Răspuns 1

Puterea vântului, ca mărime de intrare în turbina eoliană, este:

$$P_{\text{vânt}} = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot v^3$$

Prin trecerea vântului prin palele turbinei eoliene, se recuperează puterea mecanică a vântului, corectată cu coeficientul  $C_p$ :

$$P_{\text{turbina}} = \frac{1}{2} C_p \cdot \rho \cdot S \cdot v^3$$

$$P_{\text{turbina}} = \frac{1}{2} C_p \cdot \rho \cdot S \cdot v^3 = \frac{1}{2} \cdot 0,27 \cdot 1,25 \cdot (\pi \cdot 21,7^2) \cdot 15^3 = 842 \text{ kW}$$

Puterea mecanică recuperabilă la intrarea generatorului este:

$$P_{\text{intrare}} = P_{\text{turbina}} \cdot \eta_{\text{multiplicator}} = -842 \cdot 0,96 = -808 \text{ kW}$$

Această putere este negativă, din punctul de vedere al convenției de motor pentru MAS, deoarece mașina funcționează ca generator. Ceea ce ne interesează este puterea electrică obținută la ieșirea generatorului. Prin enunț, neglijându-se pierderile din generator:

$$P_{\text{intrare}} \text{ și } P_{\text{ieșire}} \text{ și } P_{\text{ieșire}} = P_{\text{elec}}$$

Se obține că:  $\left| P_{\text{elec}} = -808 \text{ kW} \right|$

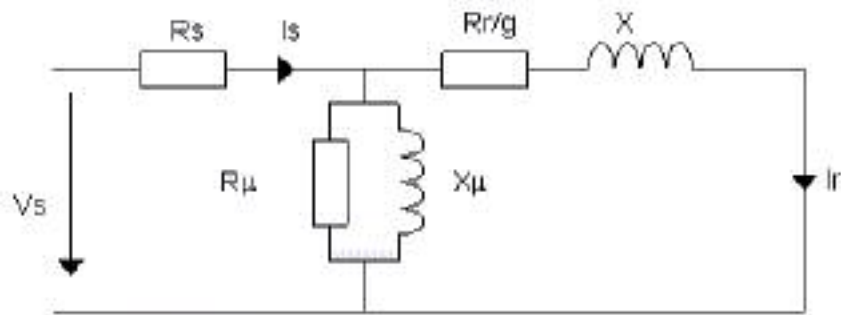
Viteza de rotație a generatorului este:

$$\Omega_{\text{mas}} = \Omega_{\text{poliană}} \cdot k$$

$$\left| \Omega_{\text{mas}} = \frac{32,5 \cdot 2\pi}{60} \cdot 46,48 = 158,5 \text{ rad/s} \right|$$

## Întrebarea 2

În continuare, se dorește să se determine parametrii schemei echivalente a motorului asincron. Se va presupune că este îndeplinită ipoteza lui Kapp.



$I_s$  : curent statoric  
 $R_s$  : rezistență statorică  
 $V_s$  : tensiune statorică de fază  
 $R_\mu$  : rezistență de magnetizare  
 $X_\mu$  : reactanță de magnetizare  
 $R_{r/g}$  : rezistența rotorului raportată la stator  
 $X$  : reactanță a rotorului  
 $I_r$  : curent rotoric

### Schema echivalentă pe fază a mașinii asincrone

Plăcuța indicatoare a mașinii (proiectată ca generator) indică: 4 poli, tensiune nominală (de linie): 660 V, curent nominal: 760 A, conexiune: Y (stea), frecvența nominală: 50 Hz, putere: 790 kW (cu luare în considerare a pierderilor electrice),  $\cos \varphi$ : 0,91, viteza nominală: 1509 rot/min.

Se realizează două probe:

- Funcționarea în gol:

Tensiune	660,3 V
Curent	209,4 A
Putere absorbită	11,17 kW

- Proba cu rotorul cald

Tensiune	120,1 V
Curent	980 A
Putere absorbită	25,6 kW

- Proba în curent continuu

Rezistența statorică între două borne este 5,63 m  $\Omega$ .

Se dau :

$$P_{\text{vânt}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot v^3$$

Puterea mecanică a vântului:

- Valorificarea probei de funcționare în gol

Determinați pierderile Joule statorice  $P_{J_s}$  și rotorice  $P_{J_r}$ , precum și pierderile statorice în fier  $P_{Fe}$ .

Deduceți rezistența  $R_r$  și reactanța  $X_r$  a schemei echivalente.

**Ajutor**

Revedeți cursul asupra mașinii asincrone, mai ales proba de funcționare în gol.

**Răspuns:**

Făcând proba de funcționare în gol:

$$P_{abs} = P_p + P_{mec} + P_{p'}$$

Cu

$$P_p = 3 \text{ kS Is}^2 = 3 \frac{0,00563}{2} 209,4^2 = 370 \text{ W}$$

și

$$P_p = P_{abs} - P_{mec} - P_{p'} = 11,17 - 5,6 - 0,370 = 5,2 \text{ kW}$$

Cum mașina funcționează în gol:

$$P_{p'} = 0 \text{ W}$$

Parametrii schemei echivalente:

$$R_s = \frac{3V^2}{P_p} = \frac{3 \left( \frac{660,3}{\sqrt{3}} \right)^2}{5,2 \cdot 10^3} = 63,83 \Omega$$

$$X_s = \frac{3V^2}{Q_{abs}}$$

Trebuie determinată puterea reactivă absorbită  $Q_{abs}$ , care este:

$$P_{abs}^2 + Q_{abs}^2 = (3V_s \text{ Is})^2$$
$$Q_{abs} = \sqrt{\left( 3 \left( \frac{660,3}{\sqrt{3}} \right) 209,4 \right)^2 - (11,17 \cdot 10^3)^2} = 239 \text{ kVAR}$$

Rezultă:

$$X_s = \frac{3 \left( \frac{660,3}{\sqrt{3}} \right)^2}{239 \cdot 10^3} = 1,32 \Omega$$

**- Valorificarea probei cu rotorul cald**

Calculați rezistența rotorică  $R_r$  și reactanța de pierderi X raportată la stator.



## Ajutor

Revedeți cursul asupra mașinii asincrone, mai ales proba de funcționare cu rotorul calat.

Ipoteza lui Kapp specifică faptul că se poate neglija curentul de magnetizare în cazul probei cu rotorul calat.

## Răspuns :

La proba cu rotorul calat:

$$P_{22} = 3 (R_r + R_s) I_{22}^2 \text{ de unde}$$

$$R_r = \frac{P_{22}}{3 I_{22}^2} - R_s = \frac{25,6 \cdot 10^3}{3 \cdot 980^2} - \frac{0,00563}{2} = 6,07 \text{ m}\Omega$$

$$Q_{22} = 3 X I_{22}^2 \text{ de unde } X = \frac{Q_{22}}{3 I_{22}^2}$$

Trebuie determinată puterea reactivă la proba cu rotorul calat  $Q_{22}$ :

$$P_{22}^2 + Q_{22}^2 = (3 V_{22} I_{22})^2$$

$$Q_{22} = \sqrt{\left(3 \left(\frac{120,1}{\sqrt{3}}\right) 980\right)^2 - (25,6 \cdot 10^3)^2} = 202 \text{ kVAR}$$

Rezultă:

$$X = \frac{202 \cdot 10^3}{3 \cdot 980^2} = 70 \text{ m}\Omega$$

## Întrebarea 3

Determinați cuplul electromagnetic la arborele mașinii asincrone.

## Ajutor

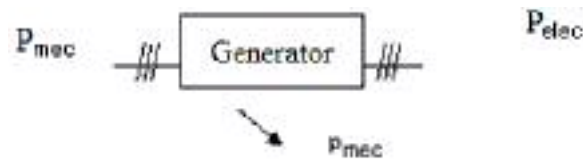
Trebuie utilizat rezultatul obținut la întrebarea 1, referitor la puterea furnizată de eoliană.

Expresia cuplului:

$$M_e = \frac{P_{mec}}{\Omega_{mec}} \text{ cu } P_{mec} = P_{emas} - P_{msec} \text{ în unități absolute}$$

### Răspuns 3

Bilanțul puterilor este:



La funcționarea ca generator, puterea electrică  $P_{elec}$  furnizată este egală cu puterea mecanică  $P_{mec}$ , mai puțin pierderile mecanice ale mașinii  $p_{mec}$ , rezultând:

$$P_{elec} = P_{mec} - p_{mec} = 808,4 - 5,6 = 802,8 \text{ kW}$$

Cuplul electromagnetic se obține apoi din expresia puterii mecanice  $P_{mec}$  și a vitezei de rotație a MAS,  $\Omega_{mas}$ :

$$M_e = \frac{P_{mec}}{\Omega_{mas}} = \frac{814 \cdot 10^3}{1509 \frac{2\pi}{60}} = 5151 \text{ N.m}$$

### Întrebarea 4

Mașina asincronă consumă putere reactivă. Pentru compensare acestui consum de putere reactivă, se conectează o baterie de condensatoare ce furnizează 125 kVAR la tensiunea de nominală de 660 V. Calculați capacitatea condensatorului echivalent  $C_{ech}$ .

#### Ajutor

Revedeți expresia energiei furnizate de un condensator.

### Răspuns 4

Energia reactivă furnizată de un condensator este :

$$Q_C = C_{ech} U^2 \omega$$

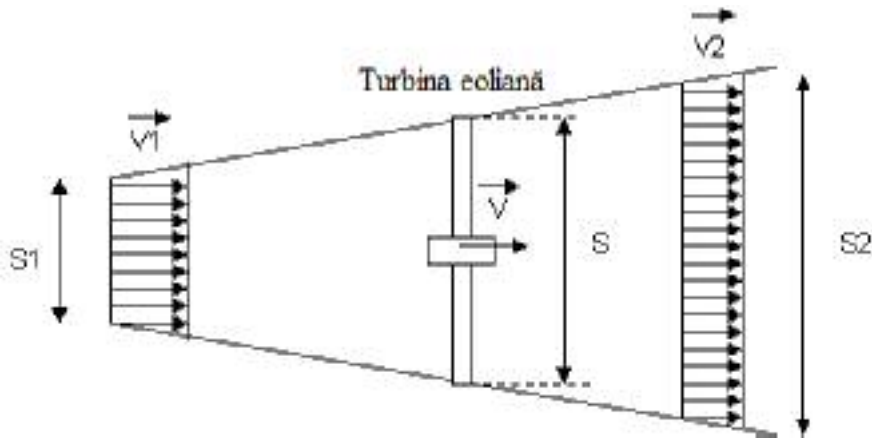
De unde:

$$C_{ech} = \frac{Q_C}{U^2 \omega} = \frac{125 \cdot 10^3}{660^2 \cdot 2\pi \cdot 50} = 913 \mu\text{F}$$

## Exercițiul 4: Identificarea limitei lui Betz - Probleme de curs

### Introducere

Energia electrică pe care o ve debita eoliana, depinde de puterea mecanică pe care o va recupera de la vânt. Acest exercițiu va arăta care este cantitatea de energie mecanică pe care o va recupera turbina de la vânt.



Trecerea vântului prin rotorul turbinei va fi modelată printr-un tub de flux de aer cu vitezele  $V_1$ ,  $V$  și  $V_2$ , înainte, în dreptul palelor, respectiv după pale. Aerul este caracterizat de densitatea  $\rho$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ], suprafața acoperită de pale fiind  $S$  [ $\text{m}^2$ ].

### Ajutor

- Pentru întrebările 1) și 2), revedeți cursul.
- 3) trebuie observată egalitatea dintre  $P$  și  $\dot{E}_c$ .
- 4) Maximul unei funcții se obține anulând derivata acesteia în raport cu variabila.
- 5) Se înlocuiește rezultatul de la Întrebarea 4) în expresia puterii.
- 6) Trebuie cunoscută din curs expresia puterii vântului recuperabilă, în care intervine  $C_p$ .

### Întrebarea 1

Care este puterea  $P$  recuperată de rotorul turbinei?

### Răspuns 1

$$P = \rho S V^2 (V_1 - V_2)$$

### Întrebarea 2

Care este variația energiei cinetice  $\dot{E}_c$  a masei de aer, într-o secundă?

## Răspuns 2

$$A\vec{E}_c = \frac{1}{2} \rho S V (V_2^2 - V_1^2)$$

## Întrebarea 3

Ce relație există între vitezele  $V$ ,  $V_1$  și  $V_2$ ?

## Răspuns 3

Se poate exprima:  $P = |A\vec{E}_c|$ , respectiv:

$$\rho S V^3 (V_1 - V_2) = \frac{1}{2} \rho S V (V_2^2 - V_1^2)$$

Simplificând:

$$V(V_1 - V_2) = \frac{1}{2} (V_2 - V_1)(V_2 + V_1)$$

Rezultă:

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

## Întrebarea 4

Determinați viteza  $V_2$ , pentru care puterea recuperată este maximă.

## Răspuns 4

În expresia puterii recuperate de turbină

$$P = \rho S V^2 (V_1 - V_2),$$

se înlocuiește rezultatul obținut la Întrebarea 3

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

Se obține

$$P = \rho S \frac{(V_1 + V_2)^2}{4} (V_1 - V_2) = \rho S \frac{(V_1 + V_2)}{4} (V_1^2 - V_2^2)$$

Viteza  $V_2$  pentru care puterea recuperată este maximă, rezultă din

$$\frac{dP}{dV_2} = 0$$

respectiv:

$$\frac{d(\rho S (-V_2^3 - V_1 V_2^2 + V_1^2 V_2 + V_1^3))}{dV_2} = 0,$$

ceea ce conduce la:

$$-3V_2^2 - 2V_1 V_2 + V_1^2 = 0$$

A rezultat o ecuație de ordinul II, în care necunoscuta este  $V_2$ . Se obține

$$\Delta = (-2V_1)^2 - 4(-3)V_1^2 = 16V_1^2 = (\pm 4V_1)^2$$

Soluțiile sunt:

$$V_2 = \frac{(2V_1 + 4V_1)}{-6} < 0, \text{ deci imposibil și}$$

$$V_2 = \frac{(2V_1 - 4V_1)}{-6} = \frac{V_1}{3}$$

Puterea recuperată de turbina eoliană este maximă pentru

$$\left| V_2 = \frac{V_1}{3} \right|$$

### Întrebarea 5

Pentru cazul de mai sus, calculați puterea maximă  $P_{\max}$  pe care o poate recupera turbina eoliană.

### Răspuns 5

Din răspunsurile de la Întrebările 3) și 4) avem:

$$(1) V_2 = \frac{V_1}{3} \rightarrow (3) \quad V = \frac{2V_1}{3}$$

$$(2) \quad V = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

Se înlocuiesc expresiile (1) și (3) în expresia puterii recuperate de turbina eoliană  $P = \rho S V^2 (V_1 - V_2)$ , rezultând:

$$P = \rho S \left(\frac{2V_1}{3}\right)^2 \left(V_1 - \frac{V_1}{3}\right)$$

Se obține:

$$P_{\max} = \rho S V_1^3 \left(\frac{16}{27}\right)$$

### Întrebarea 6

Deducerea valorii maxime  $C_{P_{\max}}$  a coeficientului de putere al unei eoliene.

### Răspuns 6

Din noțiunile din cadrul cursului, se știe că puterea vântului recuperabilă de o turbină eoliană este:

$$P = C_p \left(\frac{1}{2}\right) \rho S V^3$$

Identificând cu rezultatul de la Întrebarea 5):

$$P_{\max} = \rho S V_1^3 \left(\frac{16}{27}\right) = \frac{16}{27} \frac{1}{2} \rho S V_1^3$$

Se obține:

$$C_{P_{\max}} = \frac{16}{27} \approx 0,59$$

### Concluzie:

Din energia vântului, care este sursa primară a unui sistem eolian, nu se poate recupera decât maxim 59 %. Aceasta este ceea ce se numește limita lui Betz.

## Exercițiul 5: Parametrii unei eoliene de 300 kW cu viteză fixă

### Enunț

Se dau câțiva parametri ai unei eoliene de 300 kW:

Diametrul palelor: 28 m

Suprafața acoperită de rotor: 615 m<sup>2</sup>

Viteza nominală a vântului: 14 m/s

Turația nominală de rotație a rotorului turbinei: 43 rot/min

Raportul de transmisie al multiplicatorului: 35

Turația nominală a MAS: 1515 rot/min

Se mai cunoaște densitatea aerului 1,225 kg/m<sup>3</sup>.

### Întrebarea 1

Ce procent din energia vântului se va recupera în punctul nominal de funcționare?

### Ajutor

Revedeți cursul asupra noțiunii de energie a vântului recuperabilă, mai ales definiția lui  $C_p$ .

### Răspuns 1

Se calculează coeficientul de putere al unei eoliene:

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho v^3} = \frac{300 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 1,225 \cdot 615^3} = 0,290$$

Se recuperează deci, doar 29% din energia vântului.

### Întrebarea 2

Ce fel de eoliană este: lentă sau rapidă?

#### Ajutor

Revedeți indicațiile din curs, din paragraful referitor la parametrul  $\lambda$  al eolienei.

### Răspuns 2

Se calculează viteza specifică  $\lambda$  a eolienei:

$$\text{Cu } \Omega = \frac{43,2\pi}{60} = 2,26 \text{ rad/s}$$

$$R = \frac{D}{2} = \frac{28}{2} = 14 \text{ m}$$

$$\text{rezultă } \lambda = \frac{R\Omega}{v} = \frac{14 \cdot 2,26}{14} = 2,26 > 1$$

deci, în concordanță cu indicațiile din curs, este vorba despre o eoliană rapidă.

### Întrebarea 3

Care este turația nominală  $N$  a rotorului generatorului?

#### Ajutor

Utilizați valoarea raportului de transmisie a multiplicatorului.

### Răspuns 3

Se utilizează raportul de transmisie a multiplicatorului ( $k = 35$ ) și turația nominală a rotorului turbinei (43 rot/min). Turația nominală a rotorului generatorului este deci:

$N = 35.43 = 1505 \text{ rot/min}$

## Exercițiul 6: Cuplul mecanic

Demonstrați că expresia cuplului mecanic dezvoltat de turbină este

$$\Gamma = \left(\frac{1}{2}\right) C_T \rho R^3 V^2$$

în care  $C_T$  este coeficientul de cuplu,  $R$  raza palelor, iar  $V$  viteza vântului.

### Demonstrație:

Puterea mecanică dezvoltată de turbina eoliană se exprimă în funcție de coeficientul de putere  $C_p$ :

$$P = C_p \frac{1}{2} \rho S V^3$$

Coeficientul de cuplu se exprimă prin:

$$C_T = \frac{C_p}{\lambda}$$

Rezultă:

$$P = C_T \lambda \left(\frac{1}{2}\right) \rho S V^3$$

Viteza specifică  $\lambda$  se exprimă  $\lambda = \frac{R\Omega}{V}$ , deci

$$P = C_T \frac{R\Omega}{V} \left(\frac{1}{2}\right) \rho S V^3$$

Simplificând:

$$P = C_T R \Omega \left(\frac{1}{2}\right) \rho S V^2$$

Expresia cuplului mecanic este

$$\Gamma = \frac{P}{\Omega}$$

deci

$$\Gamma = C_T R \Omega \frac{1}{2} \frac{\rho S V^2}{\Omega}$$

Cu  $\Omega = \frac{V}{R}$ , se obține:



$$1 - C_F \approx E \frac{1}{2} \epsilon^2$$