e-LEE
e-Learning tools for Electrical Engineering

Analiza armonică a tensiunilor de ieşire

Tematica: *Electronică de putere*
→ ***Capitol:*** *Invertoare*
→ ***Secţiunea:*** *Comanda cu undă plină*

Tip resursă: ☐ *Expunere* ☒ *Laborator virtual / Exerciţiu* ☐ *CVR*

În această lucrare, se efectuează analiza armonică a (ale) tensiunii(lor) de ieşire a (ale) unui invertor monofazat (trifazat), funcţionând comandat cu undă plină. Se vor determina componenta(ele) utilă(e) şi componentele parazite ale acestor tensiuni.

- cunoştinţe anterioare necesare: principiul comenzii cu undă plină
- nivel: ciclul 2
- durata estimată: 3/4 h.
- autor: Francis Labrique
- realizare: Sophie Labrique
- traducere: Florin Mihai, Sergiu Ivanov

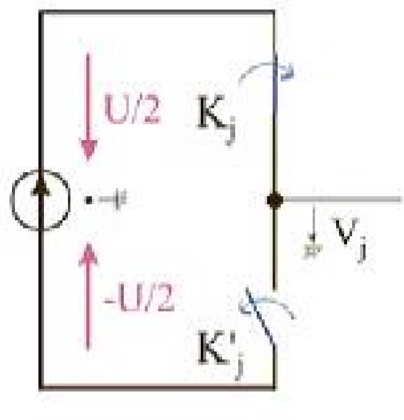
Resursă realizată cu sprijin financiar din partea Comunităţii Europene. Documentul de faţă nu angajează decât responsabilitatea autorului(rilor) lui. Comisia îşi declină orice responsabilitate ce ar putea decurge din utilizarea lui.

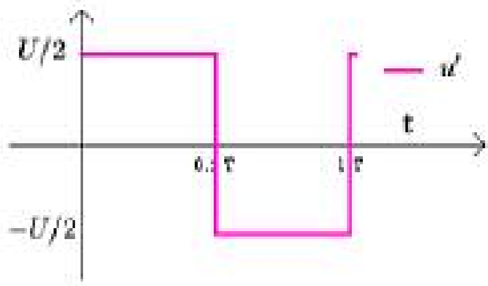
Enunțul lucrării de laborator

Pentru a analiza conținutul de armonici ale tensiunii de ieşire, se poate pleca de la potențialul V_j al fiecărui braț.

Cazul invertorului monofazat

- ***Determinați dezvoltarea în serie Fourier a potențialului V_1, a brațului 1, considerând ca origine a timpului trecerea lui V_j de la -U/2 la +U/2.***





Răspuns >>

$$
\begin{aligned}
V_1 &= \frac{2U}{\pi}\sin\omega t + \frac{2U}{3\pi}\sin 3\omega t + \frac{2U}{5\pi}\sin 5\omega t + \dots \\
&= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi}\sin[(2j-1)\omega t]
\end{aligned}
$$

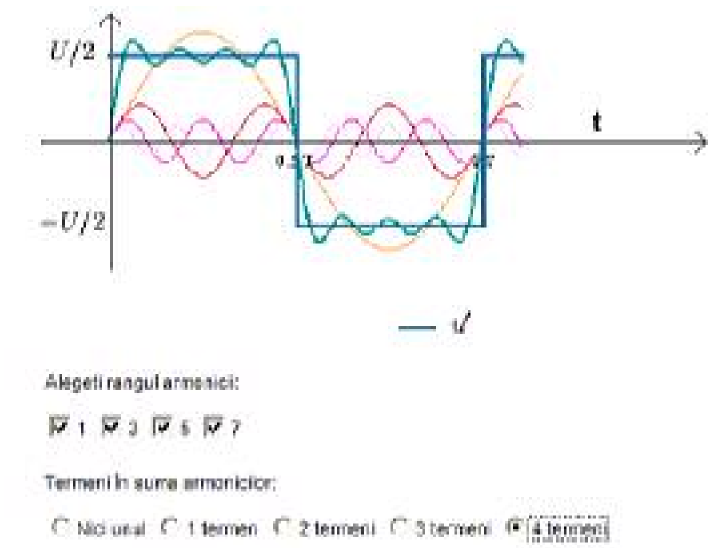
cu

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

unde T este perioada de funcționare.

Primul termen al dezvoltării îl reprezintă componenta fundamentală a lui V_1. Acesta este o sinusoidă de pulsație ω. Ceilalți termeni sunt armonicile lui V_1. Acestea sunt sinusoide de pulsație 3ω, 5ω, 7ω, ...

Componenta fundamentală este termenul util al lui V_1.



Demonstrarea răspunsului >>

Potențialul V_1 are valoarea $U/2$ de la 0 la $T/2$ şi $-U/2$ de la $T/2$ la T.

Din motive de simetrie $(V_1(-t) = -V_1(t), V_1(T/4-t) = V_1(T/4+t))$, dezvoltarea lui în serie Fourier nu conține decât termenii în sinus de rang impar.

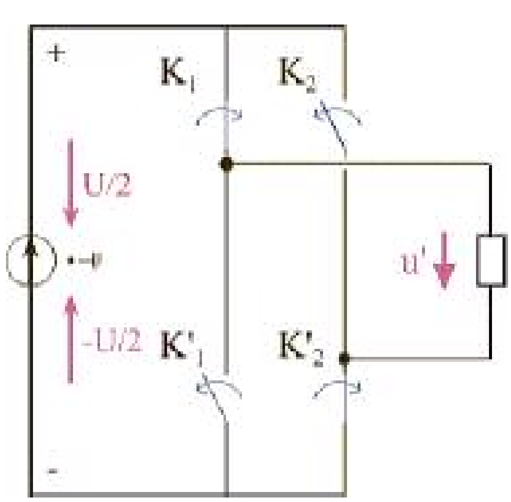
Amplitudinea termenului de rang k are valoarea:

$$U_k = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{U}{2}\sin(k\omega t)d\omega t \quad ; \quad \mathbf{cu} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

De unde

$$U_k = \frac{2U}{k\pi}$$

- ***Deduceți dezvoltarea în serie Fourier a potențialelor V_1 şi V_2 şi a tensiunii u'.***



Răspuns >>

$$u' = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{4\pi}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t] \quad \text{cu} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Demonstrarea răspunsului >>

Potențialul V_2 este opus V_1.

De unde

$$V_2 = -\sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t]$$

Cum

$$u' = V_1 - V_2,$$

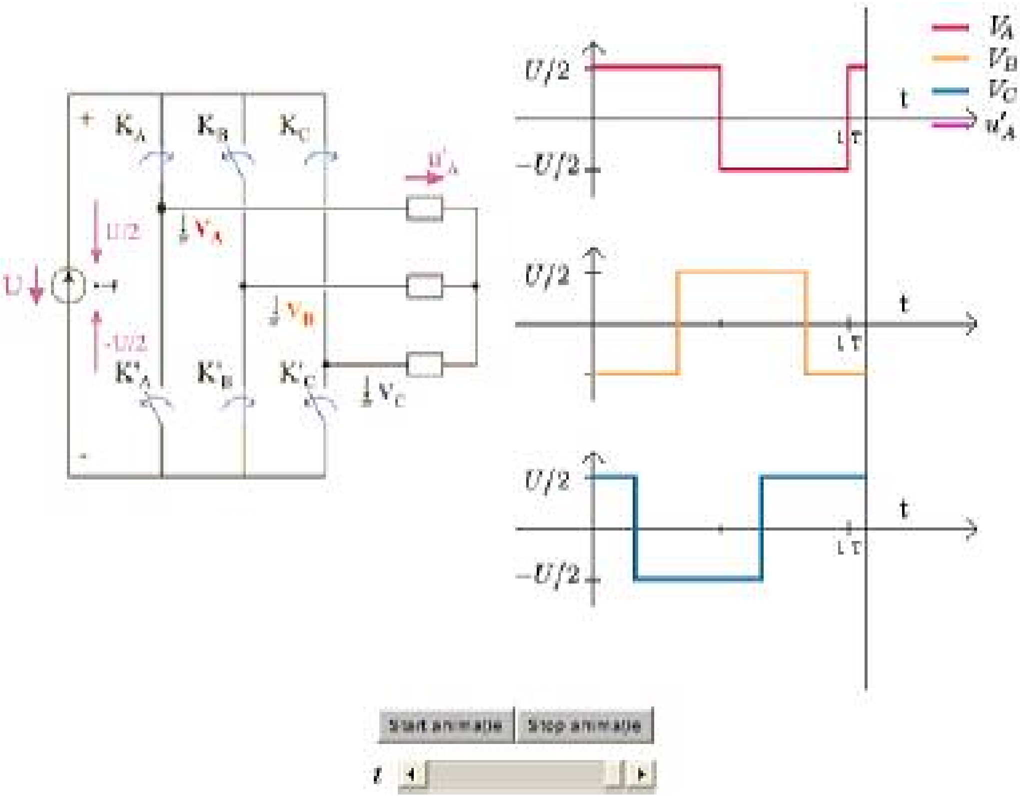
rezultă

$$u' = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{4U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t]$$

Cazul invertorului trifazat

La fel ca și în cazul invertorului monofazat, se poate pleca de la dezvoltarea în serie Fourier a potențialelor brațelor.

- ***Determinați dezvoltările în serie Fourier ale potențialelor V_A, V_B, V_C, considerând ca origine a timpului trecerea lui V_A de la -U/2 la +U/2.***



Răspuns >>

$$
\begin{aligned}
V_A &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t] \\
V_B &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)(\omega t - \frac{2\pi}{3})] \\
V_C &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)(\omega t - \frac{4\pi}{3})]
\end{aligned}
$$

cu $\omega = 2\pi/T$, T fiind perioada de funcționare.

Demonstrarea răspunsului >>

Dezvoltarea în serie Fourier a lui V_A este identică cu a lui V_1 pentru invertorul monofazat.

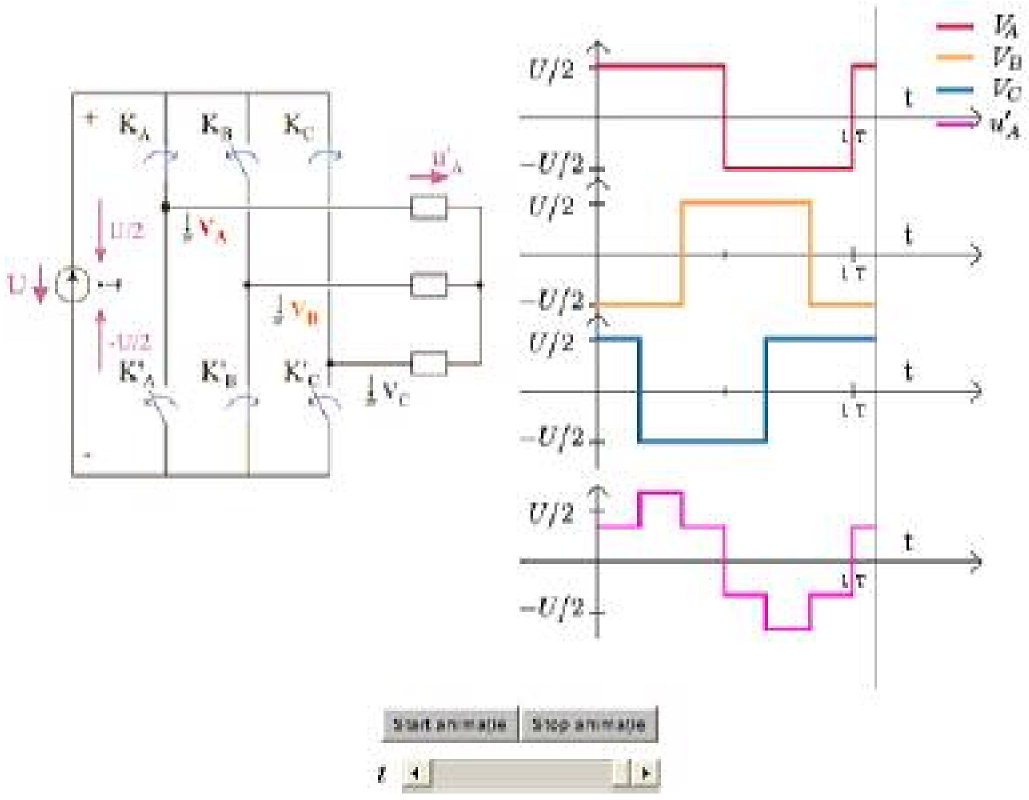
$$
V_A = \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \sin[(2j-1)\omega t] \quad , \quad \omega = 2\pi/T
$$

Cum V_B este defazat în urmă cu $T/3$ față de V_A, dezvoltarea potențialului V_B se obține înlocuind în dezvoltarea lui V_A, t cu $t - T/3$ sau ωt prin $\omega t - 2\pi/3$

$$
\begin{aligned}
V_B &= \sum_{j-1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[2(j-1)\omega(t - T/3)] \\
&= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2U}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)(\omega t - 2\pi/3)]
\end{aligned}
$$

Dezvoltarea potențialului V_C se obține înlocuind în expresia lui V_A, t prin $t - 2T/3$ sau ωt prin $\omega t - 4\pi/3$.

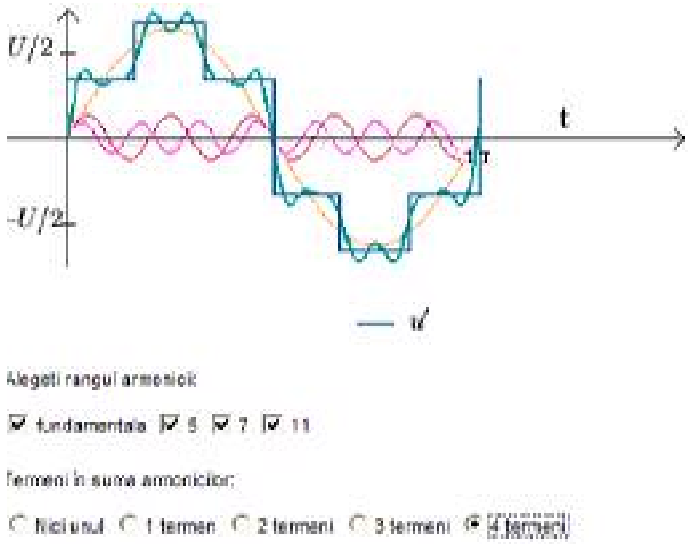
- *Deduceți dezvoltările în serie Fourier ale potențialelor V_A, V_B, V_C și cea pentru u'_A, dacă sarcina este trifazată echilibrată în stea, cu nulul izolat.*



Răspuns >>

$$u'_A = \frac{2U}{\pi}\sin\omega t + \sum_{j=1}^{\infty}\left\{\frac{2U}{(6j-1)}\sin[(6j-1)\omega t] + \frac{2U}{(6j+1)}\sin[(6j+1)\omega t]\right\}$$

În plus față de componenta fundamentală, singurele armonici care există sunt cele de rang $6j-1$ și $6j+1$, adică armonici de rang 5, 7, 11, 13, ... Armonici de rang multiplu de 3 ale V_A, V_B, V_C au dispărut, deoarece formează sisteme de componente omopolare.



Demonstrarea răspunsului >>

Se utilizează relația:

$$u'_A = \frac{2}{3}V_A - \frac{1}{3}V_B - \frac{1}{3}V_C$$

Pentru componenta fundamentală u'_{A1} a lui u'_A, rezultă:

$$\begin{aligned} u'_{A1} &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin\omega t - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \\ &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin\omega t - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}[\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})] \\ &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin\omega t + \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{\pi}\sin\omega t = \frac{2U}{\pi}\sin\omega t \end{aligned}$$

Pentru armonica de ordin 3 a lui u'_A, rezultă:

$$\begin{aligned} u'_{A3} &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2U}{3\pi}\sin 3\omega t - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{3\pi}\sin[3(\omega t - \frac{2\pi}{3})] - \frac{1}{3}\sin[3(\omega t - \frac{4\pi}{3})] \\ &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2U}{3\pi}\sin 3\omega t - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{3\pi}\sin 3\omega t - \frac{1}{3}\cdot\frac{2U}{3\pi}\sin 3\omega t = 0 \end{aligned}$$

Armonicile de ordin 3 ale potențialelor V_A, V_B, V_C fiind în fază, formează un sistem omopolar care se elimină din tensiunea u'_A.

Şi aşa mai departe.

Observație.

Evident, se poate pleca direct de la tensiunea u'_A pentru a efectua descompunerea sa în serie Fourier.