Analiza armonică a curentului de alimentare

Tematica: *Electronică de putere*
→ ***Capitol:*** *Invertoare*
→ ***Secțiunea:*** *Comanda cu undă plină*

***Tip resursă*:** ☐ *Expunere* ☒ *Laborator virtual / Exercițiu* ☐ *CVR*

În această lucrare de laborator se studiază analiza armonică a curentului absorbit de la sursă, de către un invertor monofazat sau trifazat, comandate cu undă plină. Studiul se bazează pe bilanțul de puteri, pentru a determina componenta utilă şi componentele parazite ale curentului.

- cunoştințe anterioare necesare: Studiul funcționării unui invertor monofazat cu sarcină R-L, Studiul funcționării unui invertor trifazat cu sarcină R-L
- nivel: ciclul 2
- durata estimată: 1 oră
- autor: Francis Labrique
- realizare: Sophie Labrique
- traducere: Eduard Stroe, Sergiu Ivanov

Resursă realizată cu sprijin financiar din partea Comunității Europene. Documentul de față nu angajează decât responsabilitatea autorului(rilor) lui. Comisia îşi declină orice responsabilitate ce ar putea decurge din utilizarea lui.

Enunțul lucrării de laborator

Pentru a efectua această analiză curenții absorbiți de sarcină se presupun a fi sinusoidali, de aceeaşi perioadă cu tensiunea aplicată invertorului.

Această ipoteză presupune neglijarea armonicilor acestor curenți.

Se cere să se obțină dezvoltarea în serie Fourier a curentului de alimentare a invertorului, prin realizarea unui bilanț energetic, presupunând ideale contactele semiconductoare (căderea de tensiune nulă în starea ON, curentul rezidual nul în starea OFF, comutările instantanee), astfel încât valoarea instantanee a puterii la intrarea în invertor este egală cu valoarea puterii absorbite de sarcină.

Cazul invertorului monofazat

- ***Dacă***

$$i' = I\sin(\omega t - \varphi) \quad \text{cu} \quad \omega = 2\pi/T$$

- ***să se exprime*** i ***ca sumă a termenilor în sin*** $k\omega t$ ***şi în cos*** $k\omega t$***, şi să se determine amplitudinea componentei de pulsație*** $k\omega$

Răspuns >>

$$\begin{aligned} i &= \frac{2I}{\pi}\cos\varphi - \frac{2I}{\pi}(1-\frac{1}{3})\cos\varphi\cos 2\omega t - \frac{2I}{\pi}(1+\frac{1}{3})\sin\varphi\sin 2\omega t \\ &- \frac{2I}{\pi}(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})\cos\varphi\cos 4\omega t - \frac{2I}{\pi}(\frac{1}{3}+\frac{1}{5})\sin\varphi\sin 4\omega t \ldots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i &= \frac{2I}{\pi}\cos\varphi - \sum_{j=1}^{\infty}\frac{2I}{\pi}(\frac{1}{2j-1}-\frac{1}{2j+1})\cos\varphi\cos 2j\omega t \\ &- \sum_{j=1}^{\infty}\frac{2I}{\pi}(\frac{1}{2j-1}+\frac{1}{2j+1})\sin\varphi\sin 2j\omega t \end{aligned}$$

Amplitudinea termenului de pulsație $2j\omega$

$$i_{2j} = -\frac{2I}{\pi}(\frac{1}{2j-1}-\frac{1}{2j+1}\cos\varphi)\cos 2j\omega t - \frac{2I}{\pi}(\frac{1}{2j-1}+\frac{1}{2j+1})\sin\varphi\sin 2j\omega t$$

este în conduzie:

$$I_{2j} = \frac{2I}{\pi}\sqrt{(\frac{1}{2j-1}-\frac{1}{2j+1})^2\cos^2\varphi + (\frac{1}{2j-1}+\frac{1}{2j+1})^2\sin^2\varphi}$$

$$I_{2j} = \frac{2I}{\pi}\sqrt{(\frac{1}{2j-1})^2 + (\frac{1}{2j+1})^2 - \frac{2}{(2j-1)(2j+1)}\cos 2\varphi}$$

Demonstrarea răspunsului >>

Conservarea puterii instantanee conduce la:

$$Ui = u'i'$$

$$i = \frac{u'i'}{U} = \frac{1}{U}\left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{4UI}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t] \sin(\omega t - \varphi)\right]$$

$$i = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{4I}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t] \sin(\omega t - \varphi)$$

Conform relației:

$$2 \sin a \sin b = \cos(a-b) - \cos(a+b)$$

Termenul corespunzător $j = 1$

$$\frac{4I}{\pi} \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) = \frac{2I}{\pi}[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

este compus din

- o componentă continuă

$$\frac{2I}{\pi}\cos\varphi$$

- o componentă de pulsație 2ω

$$-\frac{2I}{\pi}\cos(2\omega t - \varphi) = -\frac{2I}{\pi}\cos\varphi\cos 2\omega t - \frac{2I}{\pi}\sin\varphi\sin 2\omega t$$

Termenul corespunzător $j = 2$

$$\frac{4I}{3\pi} \sin 3\omega t \sin(\omega t - \varphi) = \frac{2I}{3\pi}[\cos(2\omega t + \varphi) - \cos(4\omega t - \varphi)]$$

este compus din

- o componentă de pulsație 2ω

$$\frac{2I}{3\pi}\cos(2\omega t + \varphi) = \frac{2I}{3\pi}\cos\varphi\cos 2\omega t - \frac{2I}{3\pi}\sin\varphi\sin 2\omega t$$

- o componentă de pulsație 4ω

$$-\frac{2I}{3\pi}\cos(4\omega t - \varphi) = -\frac{2I}{3\pi}\cos\varphi\cos 4\omega t - \frac{2I}{3\pi}\sin\varphi\sin 4\omega t$$

Termenul corespunzător $j = 3$

$$\frac{4I}{5\pi} \sin 5\omega t \sin(\omega t - \varphi) = \frac{2I}{5\pi}[\cos(4\omega t + \varphi) - \cos(6\omega t - \varphi)]$$

este compus din

- o componentă de pulsație 4ω

$$\frac{2I}{5\pi}\cos(4\omega t+\varphi)=\frac{2I}{5\pi}\cos\varphi\cos 4\omega t-\frac{2I}{5\pi}\sin\varphi\sin 4\omega t$$

- o componentă de pulsație 6ω

$$\cos a+\cos(a-2\pi/3)+\cos(a-4\pi/3)=0$$

Prin gruparea termenilor, rezultă:

$$\begin{aligned} i &= \frac{2I}{\pi}\cos\varphi-\left(\frac{2I}{\pi}-\frac{2I}{3\pi}\right)\cos\varphi\cos 2\omega t-\left(\frac{2I}{\pi}+\frac{2I}{3\pi}\right)\sin\varphi\sin 2\omega t \\ &- \left(\frac{2I}{3\pi}-\frac{2I}{5\pi}\right)\cos\varphi\cos 4\omega t-\left(\frac{2I}{3\pi}+\frac{2I}{5\pi}\right)\sin\varphi\sin 4\omega t \\ &- \ldots \end{aligned}$$

Cazul invertorului trifazat

- ***Dacă***

$$\begin{aligned} i'_A &= I\sin(\omega t-\varphi) \\ i'_B &= I\sin(\omega t-\varphi-2\pi/3) \qquad \text{cu} \quad \omega=2\pi/T \\ i'_C &= I\sin(\omega t-\varphi-4\pi/3) \end{aligned}$$

- ***să se exprime sub forma unei sume de termeni în sin $k\omega t$ şi în cos $k\omega t$ şi să se determine amplitudinea componentei de pulsație $k\omega$***

Răspuns >>

$$\begin{aligned} i &= \frac{3I}{\pi}\cos\varphi-\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{3I}{\pi}\left(\frac{1}{6k-1}-\frac{1}{6k+1}\right)\cos\varphi\cos 6k\omega t\right. \\ &+ \left.\frac{3I}{\pi}\left(\frac{1}{6k-1}+\frac{1}{6k+1}\right)\sin\varphi\sin 6k\omega t\right] \end{aligned}$$

Amplitudinea termenului de pulsație $6k\omega$

$$i_{6k}=-\frac{3I}{\pi}\left(\frac{1}{6k-1}-\frac{1}{6k+1}\right)\cos\varphi\cos 6k\omega t-\frac{3I}{\pi}\left(\frac{1}{6k-1}+\frac{1}{6k+1}\right)\sin\varphi\sin 6k\omega t$$

are valoarea

$$I_{6k}=\frac{3I}{\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{6k-1}\right)^2+\left(\frac{1}{6k+1}\right)^2-\frac{2}{(6k-1)(6k+1)}\cos 2\varphi}$$

Demonstrarea răspunsului >>

Conservarea puterii instantanee conduce la:

$$U_i = u'_A i'_A + u'_B i'_B + u'_C i'_C$$
$$i = \frac{1}{U}\{u'_A i'_A + u'_B i'_B + u'_C i'_C\}$$

puterea asociată componentelor fundamentale ale fiecăruia din termenii $u'_A u'_B u'_C$ are valoarea:

$$\frac{2UI}{\pi}\sin\omega t\sin(\omega t-\varphi)+\frac{2UI}{\pi}\sin(\omega t-\frac{2\pi}{3})\sin(\omega t-\varphi-2\pi/3)$$
$$+\frac{2UI}{\pi}\sin(\omega t-4\pi/3)\sin(\omega t-\varphi-4\pi/3)=\frac{3UI}{\pi}\cos\varphi$$

Se va demonstra această egalitate utilizând următoarele relații:

$$2\sin a\sin b=\cos(a-b)-\cos(a+b)$$
$$\cos a+\cos(a-2\pi/3)+\cos(a-4\pi/3)=0$$

Acestei puteri îi este asociată componenta continuă a curentului i

$$i_0=\frac{3I}{\pi}\cos\varphi$$

Puterea asociată armonicilor de rang 5 ale tensiunilor $u'_A u'_B u'_C$ respectă egalitatea:

$$\frac{2UI}{5\pi}\sin 5\omega t\sin(\omega t-\varphi)+\frac{2UI}{5\pi}\sin[5(\omega t-\frac{2\pi}{3})]\sin(\omega t-\varphi-2\pi/3)$$
$$+\frac{2UI}{5\pi}\sin[5(\omega t-4\pi/3)]\sin(\omega t-\varphi-4\pi/3)=-\frac{3UI}{5\pi}\sin(6\omega t-\varphi)$$

Puterea asociată armonicilor de rang 7 ale tensiunilor $u'_A u'_B u'_C$ are valoarea:

$$\frac{2UI}{7\pi}\sin 7\omega t\sin(\omega t-\varphi)+\frac{2UI}{7\pi}\sin[7(\omega t-\frac{2\pi}{3})]\sin(\omega t-\varphi-2\pi/3)$$
$$+\frac{2UI}{7\pi}\sin[7(\omega t-4\pi/3)]\sin(\omega t-\varphi-4\pi/3)=-\frac{3UI}{7\pi}\sin(6\omega t+\varphi)$$

Puterile asociate armonicilor de rang 5 şi 7 ale tensiunilor $u'_A u'_B u'_C$ dau termenii armonicilor de rang 6 ale curentului i.

$$\begin{aligned} i_6 &= -\frac{3I}{5\pi}\cos(6\omega t-\varphi)+\frac{3I}{7\pi}\cos(6\omega t+\varphi) \\ &= -(\frac{3I}{5\pi}-\frac{3I}{7\pi})\cos\varphi\cos 6\omega t-(\frac{3I}{5\pi}+\frac{3I}{7\pi})\sin\varphi\sin 6\omega t \end{aligned}$$

În mod asemănător puterile asociate armonicilor de rang 11 şi 13 ale tensiunilor $u'_A u'_B u'_C$ dau termenii armonicilor de rang 12 ale curentului i

$$i_{12} = -(\frac{3I}{11\pi} - \frac{3I}{13\pi})\cos\varphi\cos 12\omega t - (\frac{3I}{11\pi} + \frac{3I}{13\pi})\sin\varphi\sin\omega t$$

şi aşa mai departe.