©www.e-lee.net

e-LEE
e-Learning tools for Electrical Engineering

Puteri în sisteme trifazate

Tematica: *Circuite electrice*
→ ***Capitol:*** *Sisteme trifazate*
→ ***Secțiunea:***

***Tip resursă*:** ☒ *Expunere* ☐ *Laborator virtual / Exercițiu* ☐ *CVR*

În această secțiune se vor studia puterile în sistemele trifazate, atât în cazul sarcinilor dezechilibrate, cât şi în cazul sarcinilor echilibrate. În această a doua situație, calculul se va particulariza pentru conexiunea stea şi pentru conexiunea triunghi, realizându-se şi o comparație între cele două tipuri de conexiune.

- cunoştințe anterioare necesare: Conexiuni ale sarcinii
- nivel: Bazele ingineriei electrice
- durata estimată: 30 minute
- autor: Maria José Resende
- realizare: Sophie Labrique
- traducere: Sergiu Ivanov

Education et culture

UCL Université catholique de Louvain

Resursă realizată cu sprijin financiar din partea Comunității Europene. Documentul de față nu angajează decât responsabilitatea autorului(rilor) lui. Comisia îşi declină orice responsabilitate ce ar putea decurge din utilizarea lui.

1. Sarcini dezechilibrate

Indiferent de conexiunea sarcinii (stea sau triunghi), de amplitudinile complexe (sau valorile eficace) ale tensiunilor de alimentare a fazelor sarcinii, notate:

$$\overline{U}_{F1} \qquad \overline{U}_{F2} \qquad \overline{U}_{F3}$$

şi de amplitudinile complexe (sau valorile eficace) ale curenţilor în fazele sarcinii, notaţi:

$$\overline{I}_{F1} \qquad \overline{I}_{F2} \qquad \overline{I}_{F3}$$

puterea complexă în fiecare din fazele sarcinii va fi:

$$\overline{S}_{F1} = \overline{U}_{F1}\overline{I}_{F1}^{*} \qquad \overline{S}_{F2} = \overline{U}_{F2}\overline{I}_{F2}^{*} \qquad \overline{S}_{F3} = \overline{U}_{F3}\overline{I}_{F3}^{*}$$

deoarece o sarcină trifazată poate fi privită ca o reuniune a 3 sarcini monofazate. Ne amintim că notaţia $\overline{I}^{*}$ desemnează complex conjugatul lui $\overline{I}$.

Puterea complexă asociată sarcinii trifazate, $\overline{S}$, va fi suma puterilor complexe de pe fiecare din faze, obţinându-se:

$$\overline{S} = \overline{S}_{F1} + \overline{S}_{F2} + \overline{S}_{F3}$$

În cazul sarcinilor trifazate dezechilibrate, calculul puterii trifazate trebuie să se realizeze pe baza calculului puterii pe fiecare dintre faze; în cazul sarcinilor echilibrate, expresia de mai sus se poate particulariza, aşa cum se va vedea în paginile următoare.

2. Sarcini echilibrate

Pentru o sarcină echilibrată, respectiv,

$$\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = Z\,e^{j\varphi},$$

alimentată de la un sistem de tensiuni echilibrat, respectiv de amplitudini egale şi echidistant defazate, va rezulta un sistem de curenţi care va fi, de asemenea, echilibrat, curenţii în fazele sarcinii fiind:

$$\overline{I}_{F1} = \overline{I}_{F2} = \overline{I}_{F3} = I\,e^{-j\varphi}$$

Puterea complexă asociată oricăreia din impedanţele de sarcină, $\overline{S}_F$, este aceeaşi pentru toate impedanţele, astfel că celor 3 impedanţe li se poate asocia puterea complexă:

$$\overline{S} = 3\,\overline{S}_F = 3\,\overline{U}_F\,\overline{I}_F^{*}$$

În ceea ce priveşte puterea activă, P şi puterea reactivă, Q, se obţin:

$$P = \mathrm{Re}\{\overline{S}\} = 3\,U_F\,I_F\cos\varphi \qquad Q = \mathrm{Im}\{\overline{S}\} = 3\,U_F\,I_F\sin\varphi$$

Utilizarea relațiilor de mai sus, presupune cunoaşterea valorilor numerice ale tensiunii şi curentului în fazele sarcinii, U_F, I_F şi φ, sau cunoaşterea sarcinii şi a modului ei de conectare (stea sau triunghi), pentru a putea calcula aceste valori.

3. Sarcini echilibrate conectate în stea

Particularizând calculul puterilor asociate unei sarcini echilibrate conectate în stea, s-au dedus în cadrul secțiunii Conexiunea stea următoarele relații:

- curentul din fazele sarcinii este egal cu curentul de linie $I_F = I_L$
- tensiunea aplicată fiecărei faze a sarcinii este tensiunea de fază $U_F = U_f$

iar ca expresii generice pentru sarcinile echilibrate

$$P = \mathrm{Re}\left[\underline{S}\right] = 3\,U_F\,I_F\cos\varphi \qquad Q = \mathrm{Im}\left[\underline{S}\right] = 3\,U_F\,I_F\sin\varphi$$

care se poate particulariza:

$$P = 3\,U_f\,I_L\cos\varphi \qquad Q = 3\,U_f\,I_L\sin\varphi$$

sau, ținând cont de relația dintre tensiunile e fază şi de linie $U_l = \sqrt{3}\,U_f$ (vezi Tensiuni de fază şi de linie):

$$P = \sqrt{3}\,U_l\,I_L\cos\varphi \qquad Q = \sqrt{3}\,U_l\,I_L\sin\varphi$$

Calculul puterilor pe baza acestor relații, nu necesită cunoaşterea decât a formei de conectare a sarcinii, a valorii eficace a tensiunii de linie U_l, având valoarea dată de sursa de alimentare şi a valorii eficace a curentului de linie, I_L, ce poate fi măsurat "în exteriorul" instalației.

4. Sarcini echilibrate conectate în triunghi

Particularizând calculul puterilor asociate unei sarcini echilibrate conectate în triunghi, s-au dedus în cadrul secțiunii Conexiunea triunghi următoarele relații:

- amplitudinea curentului de linie este de $\sqrt{3}$ ori mai mare decât cea a curentului de fază $I_L = \sqrt{3}\,I_F$
- tensiunea aplicată fiecărei faze a sarcinii este o tensiune de linie $U_F = U_l$

iar ca expresii generice pentru sarcinile echilibrate

$$P = \mathrm{Re}\left[\underline{S}\right] = 3\,U_F\,I_F\cos\varphi \qquad Q = \mathrm{Im}\left[\underline{S}\right] = 3\,U_F\,I_F\sin\varphi$$

care se poate particulariza:

$$P = 3\,U_l\,\frac{I_L}{\sqrt{3}}\cos\varphi \qquad Q = 3\,U_l\,\frac{I_L}{\sqrt{3}}\sin\varphi$$

sau:

$$P = \sqrt{3}\, U_l\, I_l \cos\varphi \qquad\qquad Q = \sqrt{3}\, U_l\, I_l \sin\varphi$$

Calculul puterilor pe baza acestor relații, nu necesită cunoaşterea decât a formei de conectare a sarcinii, a valorii eficace a tensiunii de linie U_l, având valoarea dată de sursa de alimentare şi a valorii eficace a curentului de linie, I_l, ce poate fi măsurat "în exteriorul" instalației.

5. Comparație între sarcinile conectate în stea şi în triunghi

În cadrul secțiunilor anterioare, Sarcini echilibrate conectate în stea şi Sarcini echilibrate conectate în triunghi, au fost deduse expresiile:

$$P = \sqrt{3}\, U_l\, I_l \cos\varphi \qquad\qquad Q = \sqrt{3}\, U_l\, I_l \sin\varphi$$

care ne-ar putea conduce la concluzia că, FĂRĂ să se facă nici o EROARE, "Indiferent de tipul de conexiune, sarcina consumă aceeaşi energie!"

Ceea ce este CORECT însă de concluzionat este că, "indiferent dacă sarcina este conectată în stea sau în triunghi, EXPRESIILE de calcul al puterilor sunt aceleaşi".

Pentru a fi mai clară diferența dintre cele două expresii anterioare, se vor calcula curenții pentru o **aceeaşi** sarcină echilibrată, $Z\, e^{j\varphi}$, când ea este conectată în stea sau în triunghi.

Se notează cu I_{lY} şi I_{FY}, curenții de linie, respectiv din fazele sarcinii conectate în stea şi cu $I_{l\Delta}$ şi $I_{F\Delta}$ curenții de linie, respectiv din fazele sarcinii conectate în triunghi.

În funcție de tipul conexiunii sarcinii, tensiunea aplicată fiecărei faze a sarcinii este:

STEA	TRIUNGHI
$U_{FY} = U_f$	$U_{F\Delta} = U_l$

iar curentul din fazele sarcinii va fi dat de această tensiune, împărțită la impedanță (egală în cele două cazuri), obținându-se:

STEA	TRIUNGHI
$I_{FY} = \dfrac{U_f}{Z}$	$I_{F\Delta} = \dfrac{U_l}{Z}$

sau, ținând cont de relația dintre tensiunile de linie şi de fază $U_l = \sqrt{3}\, U_f$ (vezi Tensiuni de fază şi de linie):

STEA	TRIUNGHI
$I_{FY} = \dfrac{U_f}{Z}$	$I_{F\Delta} = \dfrac{\sqrt{3}\, U_f}{Z}$

de unde se poate concluziona că:

$$I_{F\Delta} = \sqrt{3}\, I_{FY}$$

Cum relațiile dintre curenții de linie şi de fază, pentru cele două tipuri de conexiune sunt (vezi, Conexiunea în stea şi Conexiunea în triunghi): $I_{LY} = I_{FY}$ pentru conexiunea stea şi $I_{L\Delta} = \sqrt{3}\, I_{F\Delta}$ pentru conexiunea triunghi, relațiile de mai sus se pot scrie sub forma:

STEA

$$I_{LY} = \frac{U_f}{Z}$$

TRIUNGHI

$$\frac{I_{L\Delta}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\, U_f}{Z}$$

sau

STEA

$$I_{LY} = \frac{U_f}{Z}$$

TRIUNGHI

$$I_{L\Delta} = 3\frac{U_f}{Z}$$

putându-se conduziona că, în cazul unei sarcini conectate în triunghi, curentul de linie este de 3 ori mai mare decât curentul de linie, al **aceleiaşi sarcini**, conectate în stea.

$$\boxed{I_{L\Delta} = 3\, I_{LY}}$$

Cum valoarea tensiunii de linie nu depinde de tipul conexiunii, expresiile generice,

$$P = \sqrt{3}\, U_l\, I_l \cos\varphi \qquad Q = \sqrt{3}\, U_l\, I_l \sin\varphi$$

pentru aceeaşi sarcină, devin:

$$P_\Delta = 3\, P_Y \quad \text{şi} \quad Q_\Delta = 3\, Q_Y$$

respectiv, puterile asociate unei sarcini conectate în triunghi sunt de 3 ori mai mari decât cele asociate **aceleiaşi sarcini**, conectate în stea.

Exerciții

1. Două sarcini, cu acelaşi factor de putere, una conectată în stea iar cealaltă în triunghi, absorb aceeaşi putere reactivă *Q*. Obțineți analitic, relația dintre impedanțele de fază ale celor două sarcini.

Răspuns >>

Pentru ambele conexiuni, impedanța oricărei faze a sarcinii este:

$$Z = \frac{U_F}{I_F}$$

În ceea ce priveşte conexiunea stea, avem:

$$U_{FY} = U_f \quad \text{şi} \quad I_{FY} = I_{LY}$$

putându-se scrie:

$$Z_Y = \frac{U_{FY}}{I_{FY}} = \frac{U_f}{I_{LY}} \qquad (1)$$

În ceea ce priveşte conexiunea triunghi, avem:

$$U_{F\Delta} = U_l = \sqrt{3} \times U_f \qquad \text{şi} \qquad I_{F\Delta} = \frac{I_{L\Delta}}{\sqrt{3}}$$

putându-se scrie:

$$Z_\Delta = \frac{U_{F\Delta}}{I_{F\Delta}} = \frac{\sqrt{3} \times U_f}{\frac{I_{L\Delta}}{\sqrt{3}}} = 3\frac{U_f}{I_{L\Delta}} \qquad (2)$$

Cum cele două sarcini consumă aceeaşi putere reactivă, la acelaşi factor de putere:

$$Q_Y = Q_\Delta \qquad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \qquad \sqrt{3}\, U_l\, I_{LY} \sin\varphi = \sqrt{3}\, U_l\, I_{L\Delta} \sin\varphi \qquad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \qquad I_{LY} = I_{L\Delta}$$

Substituind această relaţie dintre curenţii de linie în (2) şi comparând rezultatul cu (1), permite obţinerea conduziei:

$$Z_\Delta = 3Z_Y$$

---

2. Pentru o sarcină conectată în stea, amplitudinile complexe ale curenţilor de linie sunt:

$$\bar{I}_{L1} = I\,e^{j0} \qquad \bar{I}_{L2} = I\,e^{-j\frac{\pi}{2}} \qquad \bar{I}_{L3} = I\,e^{j\frac{\pi}{2}} \qquad (1)$$

Determinaţi puterile activă şi reactivă absorbite de sarcină.

Răspuns >>

Pentru o sarcină conectată în stea, există relaţiile:

$$\bar{I}_{LY} = \bar{I}_{FY} \qquad \text{şi} \qquad U_F = U_f$$

Curenţii prin fazele sarcinii sunt:

$$\bar{I}_{F1} = I\,e^{j0} \qquad \bar{I}_{F2} = I\,e^{-j\frac{\pi}{2}} \qquad \bar{I}_{F3} = I\,e^{j\frac{\pi}{2}} \qquad (1)$$

iar tensiunile pe fazele sarcinii, considerând că sistemul de tensiuni de alimentare este echilibrat sunt:

$$\overline{U}_{F1} = U_f\, e^{j0} \qquad \overline{U}_{F2} = U_f\, e^{-j\frac{2\pi}{3}} \qquad \overline{U}_{F3} = U_f\, e^{-j\frac{4\pi}{3}} \tag{2}$$

Cum puterea complexă asociată fiecărei faze este:

$$S = U_F (I_F)^*$$

pe baza expresiilor (1) şi (2) se obţine:

$$\overline{S}_{F1} = U_f I\, e^{j0} \qquad \overline{S}_{F2} = U_f I\, e^{-j\frac{\pi}{6}} \qquad \overline{S}_{F3} = U_f I\, e^{-j\frac{11\pi}{6}} = U_f I\, e^{j\frac{\pi}{6}} \tag{3}$$

Cum relaţiile dintre puterea complexă şi puterile activă şi reactivă sunt:

$$P = \mathrm{Re}\{\overline{S}\} \qquad Q = \mathrm{Im}\{\overline{S}\} \tag{4}$$

Din (3) şi (4) se obţine:

$$P_{F1} = U_f I\, e^{j0} \qquad P_{F2} = U_f I \cos\frac{\pi}{6} \qquad P_{F3} = U_f I \cos\frac{\pi}{6} \tag{3}$$

şi

$$Q_{F1} = 0 \qquad Q_{F2} = -U_f I \sin\frac{\pi}{6} \qquad Q_{F3} = U_f I \sin\frac{\pi}{6} \tag{3}$$

Rezultatele obţinute sunt în concordanţă cu cele din exerciţiile din secţiunea Conexiuni ale sarcinii;

- deoarece impedanţa de pe faza 1 are un caracter pur rezistiv, ea nu consumă decât putere activă;
- deoarece impedanţa de pe faza 2 are un caracter rezistiv-capacitiv, ea consumă putere activă şi furnizează putere reactivă;
- deoarece impedanţa de pe faza 3 are un caracter rezistiv-inductiv, ea consumă atât putere activă cât şi putere reactivă.

Puterile absorbite de sarcina trifazată vor fi:

$$P = P_{F1} + P_{F2} + P_{F3} = U_f I \left(1 + 2\cos\frac{\pi}{6}\right)$$

şi

$$Q = Q_{F1} + Q_{F2} + Q_{F3} = 0$$

Puterea reactivă absorbită de sarcina inductivă de pe faza 3 este furnizată de sarcina capacitivă de pe faza 2.