

Conexiuni ale sarcinii

Tematica: *Circuite electrice*

→ **Capitol:** *Sisteme trifazate*

→ **Secțiunea:**

Tip resursă: ☒ *Expunere* ☐ *Laborator virtual / Exercițiu* ☐ *CVR*

În această secțiune se vor studia două conexiuni ale sarcinilor trifazate ([conexiunea în stea](#) și [conexiunea în triunghi](#)), deducându-se relațiile între curenții de linie și de fază, în funcție de tipul conexiunii. Se realizează o [comparație](#) între cele două conexiuni, mai ales din punctul de vedere al tensiunilor aplicate sarcinii, a curenților de fază și a celor de linie. Se va exemplifica conceptul de [sarcină dezechilibrată](#).

- cunoștințe anterioare necesare: [Concepte de bază](#)
- nivel: Bazele ingineriei electrice
- durata estimată: 30 minute
- autor: [Maria José Resende](#)
- realizare: [Sophie Labrique](#)
- traducere: [Sergiu Ivanov](#)

1. Conexiunea stea (Y)

O sarcină trifazată este o reuniune de 3 sarcini monofazate, respectiv 3 impedanțe. Fiecare dintre aceste impedanțe reprezintă **sarcina pe fază**. Dacă cele 3 impedanțe sunt egale, avem de a face cu o **sarcină echilibrată**; în caz contrar, va fi o **sarcină dezechilibrată**. Sarcinile dezechilibrate se vor analiza în secțiunea [Sarcini dezechilibrate](#).

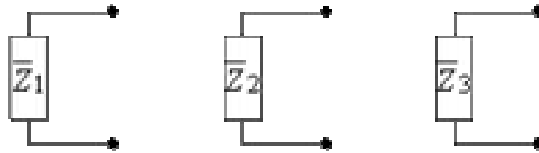


Figura 1 - Sarcini monofazate

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = Z e^{j\varphi} \Rightarrow \text{Sarcină echilibrată}$$

Una din posibilitățile de conectare a celor 3 impedanțe, este de a conecta fiecare sarcină pe fază la câte o fază a sursei, așa cum se vede în Figura 2. Acest tip de conectare se numește **conexiune stea**.

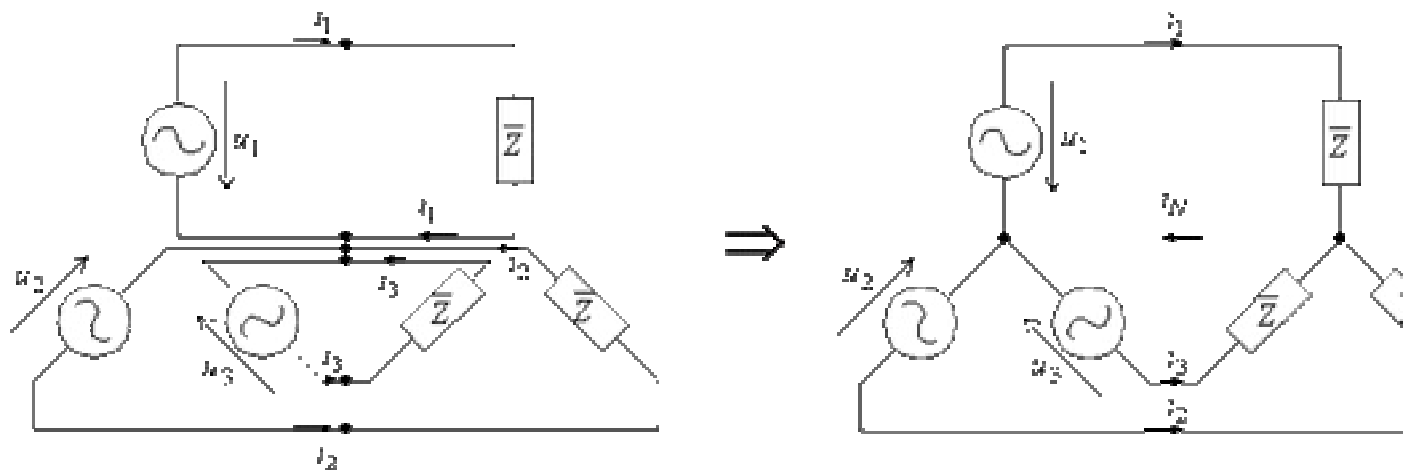


Figura 2 - Sarcină trifazată conectată în stea

Aplicând Teorema a II-a a lui Kirchhoff pe oricare din ochiurile ce conțin o fază a sursei, o fază a sarcinii și conductorul de nul, se poate vedea că fiecărei sarcini de fază (fiecărei impedanțe de sarcină) i se aplică tensiunea $\bar{U}_F$, care este chiar tensiunea de fază a sursei U_f (tensiunea dintre fază și nul).

$$\text{Sarcină conectată în stea: } \bar{U}_F = U_f$$

Amplitudinile complexe (și valorile eficace) ale curenților care circulă prin sarcină sunt:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}} = \frac{U_{\varphi} e^{j0}}{Z e^{j\varphi}} = \frac{U_{\varphi}}{Z} e^{-j\varphi}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}} = \frac{U_{ef} e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{Z e^{j\varphi}} = \frac{U_{ef}}{Z} e^{-j\left(\frac{2\pi}{3} + \varphi\right)}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{U}_3}{\bar{Z}} = \frac{U_{ef} e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{Z e^{j\varphi}} = \frac{U_{ef}}{Z} e^{-j\left(\frac{4\pi}{3} + \varphi\right)}$$

În expresiile de mai sus, pentru simplificarea scrierii, s-a considerat că faza inițială a tensiunii $u_1(t)$ este zero.

Ceea ce rezultă, este o reuniune a 3 curenți, de aceeași amplitudine și defazați între ei cu $\frac{2\pi}{3}$, constituind deci un sistem **trifazat echilibrat de curenți**. În consecință, curențul care va circula prin conductorul de nul este zero, deoarece, aplicând [Teorema I a lui Kirchhoff](#) în oricare din cele două noduri ale circuitului, rezultă:

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = \bar{I}_N = 0$$

Diagrama fazorială a curenților și tensiunilor aferente unei sarcini echilibrate conectate în stea, este reprezentată în Figura 3.

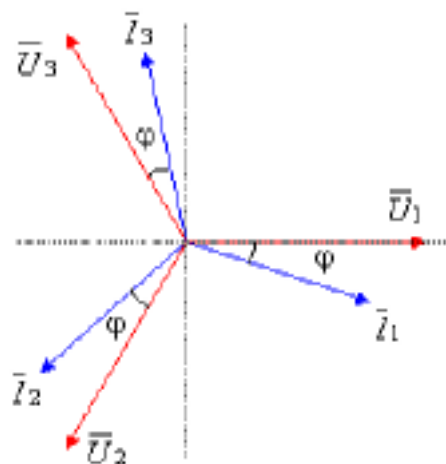


Figura 3 - Diagrama fazorială a tensiunilor și curenților aferente unei sarcini echilibrate conectate în stea

În această situație, a unei sarcini echilibrate, se poate renunța la conductorul de nul, rămânând valabilă egalitatea dintre tensiunea aplicată fiecărei faze a sarcinii și tensiunea de fază a sursei.

În cazul conexiunii în stea, curenții pe liniile de transmisie, $\bar{I}_L$, (curenții între generator și sarcină) sunt egali cu curenții din fazele sarcinii, $\bar{I}_F$, (curențul ce parcurge fiecare din impedanțele de sarcină).

$$\text{Sarcină conectată în stea} \Rightarrow \bar{I}_L = \bar{I}_F$$

2. Conexiunea triunghi (Δ)

Cele 3 sarcini monofazate prezentate în pagina anterioară, pot fi conectate secvențial, formându-se astfel un triunghi, așa cum se poate vedea în Figura 4.

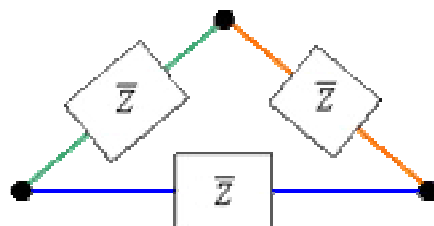


Figura 4 - Sarcină trifazată conectată în triunghi

Alimentarea unei astfel de sarcini se face conectând fiecare conductor de fază al sursei cu câte un vârf al triunghiului sarcinii, așa cum se poate vedea în figura de mai jos.

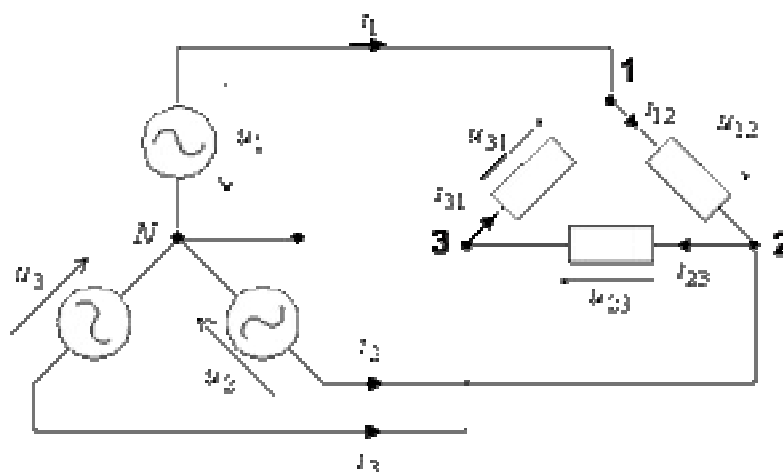


Figura 5 - Sursă trifazată de tensiune care alimentează o sarcină conectată în triunghi

În cazul acestui tip de conexiune, conductorul de nul nu se conectează.

Tensiunea aplicată fiecărei faze a sarcinii, U_F (tensiunea aplicată fiecărei impedanțe de sarcină) este una din tensiunile de linie, U_l (tensiunea dintre două faze ale sursei), având valoarea eficace $\sqrt{3} U_g$.

Sarcină conectată în triunghi: $U_F = U_l$

În aceste condiții și considerând, pentru simplificarea reprezentării grafice, că faza inițială a tensiunii de linie $\bar{U}_{12}$ este nulă, respectiv $\bar{U}_{12} = \sqrt{3} U_g e^{j0}$, amplitudinile complexe (și valorile eficace) ale curenților ce parcurg fiecare fază a sarcinii sunt

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}} = \frac{\sqrt{3} U_g e^{j0}}{Z e^{j\varphi}} = \sqrt{3} \frac{U_g}{Z} e^{-j\varphi}$$

$$\bar{I}_{23} = \frac{U_{23}}{\bar{Z}} = \frac{\sqrt{3} U_{sf}}{\bar{Z}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3} \frac{U_{sf}}{\bar{Z}} e^{-j\left(\frac{2\pi}{3} + \varphi\right)}$$

$$\bar{I}_{31} = \frac{U_{31}}{\bar{Z}} = \frac{\sqrt{3} U_{sf}}{\bar{Z}} e^{-j\frac{4\pi}{3}} = \sqrt{3} \frac{U_{sf}}{\bar{Z}} e^{-j\left(\frac{4\pi}{3} + \varphi\right)}$$

Cei trei curenți formează un sistem trifazat echilibrat, defazat cu φ față de sistemul tensiunilor de linie aplicat fazelor sarcinii.

Față de conexiunea în stea, fiecărei faze a sarcinii i se aplică o tensiune de $\sqrt{3}$ mai mare (tensiune de linie), ceea ce va face ca amplitudinea curenților ce parcurg fazele sarcinii să fie de $\sqrt{3}$ ori mai mare.

Diagrama fazorială a tensiunilor și curenților prin fazele sarcinii este prezentată în Figura 5.

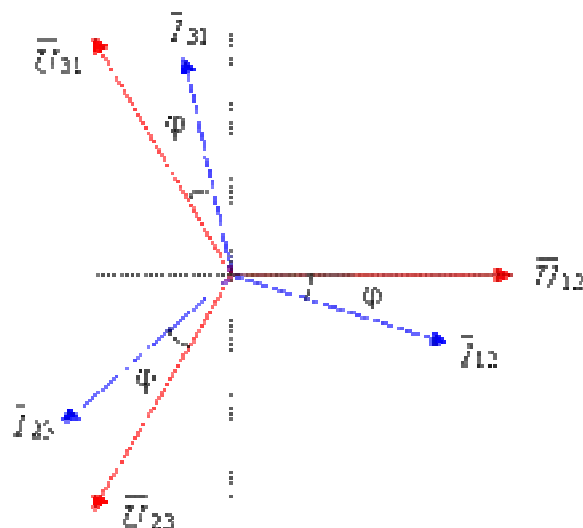


Figura 6 - Diagrama fazorială a tensiunilor și curenților aferente unei sarcini echilibrate conectate în triunghi

În ceea ce privește curenții care circulă prin linia de transmisie, se pot determina aplicând [Teorema I a lui Kirchhoff](#) (vezi Figura 5).

$$\text{Nodul 1} \quad I_1 = I_{12} - I_{31}$$

$$\text{Nodul 2} \quad I_2 = I_{23} - I_{12}$$

$$\text{Nodul 3} \quad I_3 = I_{31} - I_{23}$$

Exprimând [amplitudinile complexe](#) în funcție de valoarea eficace, se obține:

$$\bar{I}_1 = 3 \frac{U_{ef}}{2} e^{-j\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)}$$

$$\bar{I}_2 = 3 \frac{U_{ef}}{2} e^{j\left(\frac{2\pi}{3} + \varphi + \frac{\pi}{6}\right)}$$

$$\bar{I}_3 = 3 \frac{U_{ef}}{2} e^{j\left(\frac{4\pi}{3} + \varphi + \frac{\pi}{6}\right)}$$

Curenți de linie, $\bar{I}_L$, formează un sistem echilibrat, defazat cu $\frac{\pi}{6}$ față de sistemul curenților de fază ai sarcinii, $\bar{I}_F$. În plus, amplitudinea acestor curenți de linie este de $\sqrt{3}$ ori mai mare decât amplitudinea curenților ce parcurg fazele sarcinii.

$$\text{Sarcină în triunghi} \Rightarrow |\bar{I}_L| = \sqrt{3} |\bar{I}_F|$$

3. Comparație stea-triunghi

Se consideră o sarcină trifazată echilibrată, reprezentată de impedanțele:

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = Z e^{j\varphi}$$

Dacă sarcina este conectată în stea,

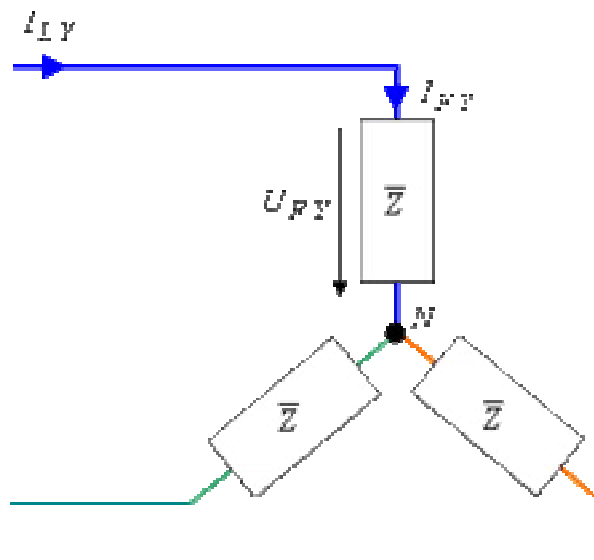


Figura 7 - Schema unei sarcini conectate în stea

amplitudinea tensiunilor aplicate fiecărei faze ale sarcinii este egală cu amplitudinea tensiunii de fază,

$$U_{FY} = U_f,$$

iar amplitudinea curentului în fiecare fază a sarcinii este:

$$I_{FY} = \frac{U_f}{Z}$$

Cum, pentru sarcinile conectate în stea, curentul de fază al sarcinii este egal cu curentul ce parcurge linia de conexiune, rezultă:

$$I_{LY} = \frac{U_f}{Z},$$

în care U_{FY} este amplitudinea tensiunii de fază a sarcinii conectate în stea, I_{FY} amplitudinea curentului în fazele sarcinii, iar I_{LY} amplitudinea curentului de linie în cazul sarcinii conectate în stea.

Dacă sarcina este conectată în triunghi,

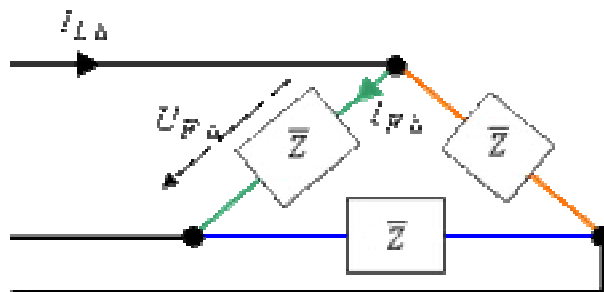


Figura 8 - Schema unei sarcini conectate în triunghi

amplitudinea tensiunilor aplicate fiecărei faze ale sarcinii este egală cu amplitudinea tensiunii de linie

$$U_{F\Delta} = U_l$$

iar amplitudinea curentului în fiecare fază a sarcinii este:

$$I_{F\Delta} = \frac{U_l}{Z}$$

Cum în cazul conexiunii în triunghi, amplitudinea curentului de linie este de $\sqrt{3}$ ori mai mare decât curentul care parcurge fazele sarcinii, rezultă:

$$I_{L\Delta} = \sqrt{3} I_{F\Delta} = \sqrt{3} \frac{U_l}{Z}$$

în care $U_{F\Delta}$ este amplitudinea tensiunii aplicate fiecărei faze a sarcinii conectate în triunghi, $I_{F\Delta}$

amplitudinea curentului în fiecare fază a sarcinii conectate în triunghi, iar $I_{L\Delta}$ amplitudinea curentului de linie în cazul sarcinii conectate în triunghi.

Ținând cont de relația care există între amplitudinile tensiunilor de fază și de linie ale unui sistem

trifazat, $U_l = \sqrt{3} U_f$, expresia de mai sus se poate scrie sub forma:

$$I_{LA} = \sqrt{3} \frac{U_L}{Z} = 3 \frac{U_f}{Z}$$

Comparând expresia lui I_{LY} cu cea a lui I_{LA} , rezultă:

$$I_{LA} = 3 I_{LY}.$$

Deci, amplitudinea curentului de linie pentru conexiunea triunghi, este de 3 ori mai mare decât amplitudinea curenților de linie când **aceeași sarcină** este conectată în stea.

4. Sarcini dezechilibrate

O sarcină se consideră dezechilibrată, dacă cel puțin una din impedanțe este diferită de celelalte două, fie ca modul, Z , fie ca fază, Φ .

Un exemplu de sarcină dezechilibrată este:

$$\bar{Z}_1 = R = R e^{j0} \quad Z_2 = j\omega L = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}} \quad \bar{Z}_3 = -j \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

în care sarcina de pe faza 1 este o rezistență, pe faza 2 o inductanță, iar pe faza 3 un condensator.

Considerând, de exemplu, sarcina conectată în stea și alimentată de un sistem trifazat echilibrat de tensiuni, având valoarea eficace a tensiunilor de fază U_{ef} , curenții din fiecare fază a sarcinii (și implicit curenții de linie, deoarece sunt egali), rezultă, ca valori eficace:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{L1} = \bar{I}_{F1} &= \frac{\bar{U}_{F1}}{\bar{Z}_1} = \frac{U_{ef} e^{j0}}{R e^{j0}} = \frac{U_{ef}}{R} e^{j0} \\ \bar{I}_{L2} = \bar{I}_{F2} &= \frac{\bar{U}_{F2}}{\bar{Z}_2} = \frac{U_{ef} e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{\omega L e^{j\frac{\pi}{2}}} = \frac{U_{ef}}{\omega L} e^{-j\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right)} \\ \bar{I}_{L3} = \bar{I}_{F3} &= \frac{\bar{U}_{F3}}{\bar{Z}_3} = \frac{U_{ef} e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{\frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}}} = \omega C U_{ef} e^{-j\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right)} \end{aligned}$$

Cei trei curenți sunt reprezentați în Figura 9, în care s-a presupus că modulul impedanțelor este diferit,

respectiv, $R \neq \omega L \neq \frac{1}{\omega C}$.

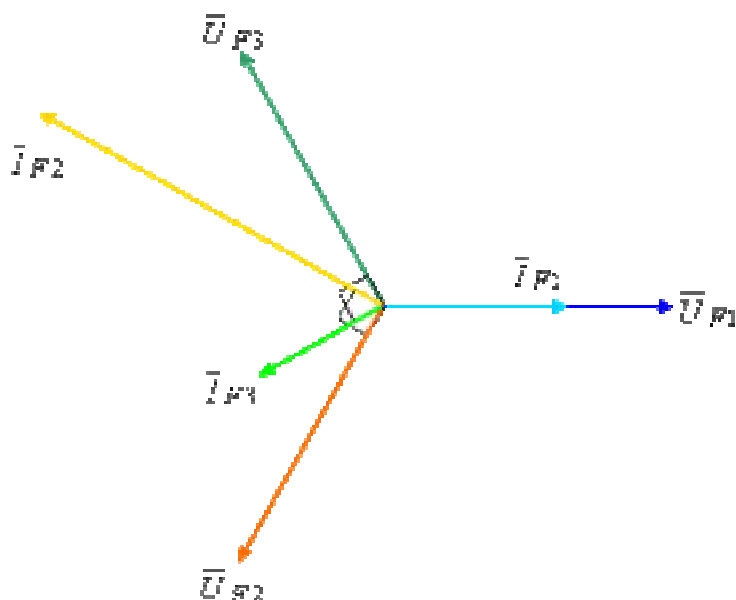


Figura 9 - Diagrama fazorială pentru o sarcină dezechilibrată

Curentul din faza 1 este **în fază cu tensiunea**, deoarece sarcina de pe faza 1 este o rezistență;

deoarece pe faza 2 sarcina este o inductanță, **curentul de fază este în urmă** cu $\frac{\pi}{2}$ față de tensiunea de fază corespunzătoare; în sfârșit, deoarece sarcina de pe faza 3 este un condensator **curentul de fază**

este în avans cu $\frac{\pi}{2}$ față de tensiunea de fază corespunzătoare.

Atât cu ajutorul diagramei fazoriale, cât și pe baza expresiilor matematice ale curenților din fiecare fază a sarcinii, se poate verifica faptul că:

$$\bar{I}_{P1} + \bar{I}_{P2} + \bar{I}_{P3} = \bar{I}_N \neq 0$$

rezultând deci că sistemul trifazat de curenți nu este echilibrat, iar în consecință, curentul prin conductorul de nul nu este zero.

Exerciții

1. Pentru o sarcină conectată în stea, amplitudinile complexe ale curenților de linie sunt:

$$\bar{I}_{L1} = I e^{j0}$$

$$\bar{I}_{L2} = I e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\bar{I}_{L3} = I e^{j\frac{\pi}{2}}$$

Explicați dacă este vorba de o sarcină echilibrată sau nu.

Răspuns >>

Presupunând că sistemul de tensiuni care alimentează sarcina este echilibrat, sarcina nu este echilibrată, deoarece curenții nu constituie un sistem echilibrat; deși au aceeași amplitudine, ei nu sunt defazați între ei cu 120° .

2. Determinați amplitudinea complexă a curentului de nul.

Răspuns >>

Cum sarcina este conectată în stea, $\bar{I}_L = \bar{I}_F$, curentul prin conductorul de nul va fi

$$I_N = I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} = I e^{j0} + I e^{-j\frac{\pi}{2}} + I e^{j\frac{\pi}{2}} = I e^{j0}$$

3. Determinați amplitudinea complexă a impedanțelor de pe fiecare fază a sarcinii.

Răspuns >>

Deoarece sarcina este conectată în stea, tensiunea care alimentează fiecare fază a sarcinii ($\bar{U}_F$), este o tensiune de fază (U_f) cu valoarea eficace U_{ef} .

Presupunând că sistemul de tensiuni care alimentează sarcina, este echilibrat, tensiunile fiecărei faze vor fi:

$$\bar{U}_{F1} = U_{ef} e^{j0} \quad \bar{U}_{F2} = U_{ef} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad \bar{U}_{F3} = U_{ef} e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

Cunoscând curenții din fiecare fază, se poate scrie:

$$\bar{Z}_{F1} = \frac{\bar{U}_{F1}}{\bar{I}_{F1}} = \frac{U_{ef} e^{j0}}{I e^{j0}} \quad \bar{Z}_{F2} = \frac{\bar{U}_{F2}}{\bar{I}_{F2}} = \frac{U_{ef} e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{I e^{-j\frac{\pi}{2}}} \quad \bar{Z}_{F3} = \frac{\bar{U}_{F3}}{\bar{I}_{F3}} = \frac{U_{ef} e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{I e^{j\frac{\pi}{2}}}$$

Rezultă:

$$Z_{F1} = \frac{U_{ef}}{I} e^{j0} \quad Z_{F2} = \frac{U_{ef}}{I} e^{j\frac{\pi}{6}} \quad Z_{F3} = \frac{U_{ef}}{I} e^{j\frac{11\pi}{6}} = \frac{U_{ef}}{I} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

Impedanța de pe faza 1 este pur rezistivă, cea de pe faza 2 are caracter rezistiv-capacitiv, iar cea de pe faza 3, caracter rezistiv-inductiv.